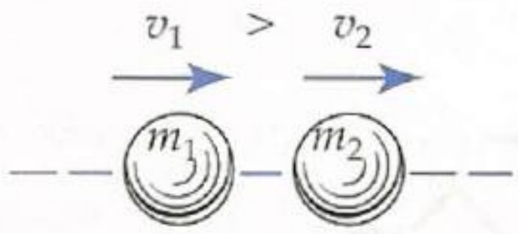
Choque $\rightarrow$ se conserva la cantidad de movimiento

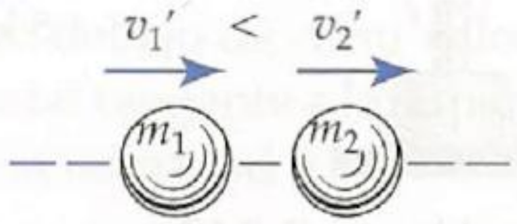
Repaso

Choque central frontal (1D)

$F_{ext} = 0 \rightarrow P_{tot} = cte$



(a) Antes del choque



(c) Después del choque

$$\boxed{m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2}$$

$$\boxed{e = \frac{v_2' - v_1'}{v_1 - v_2}}$$

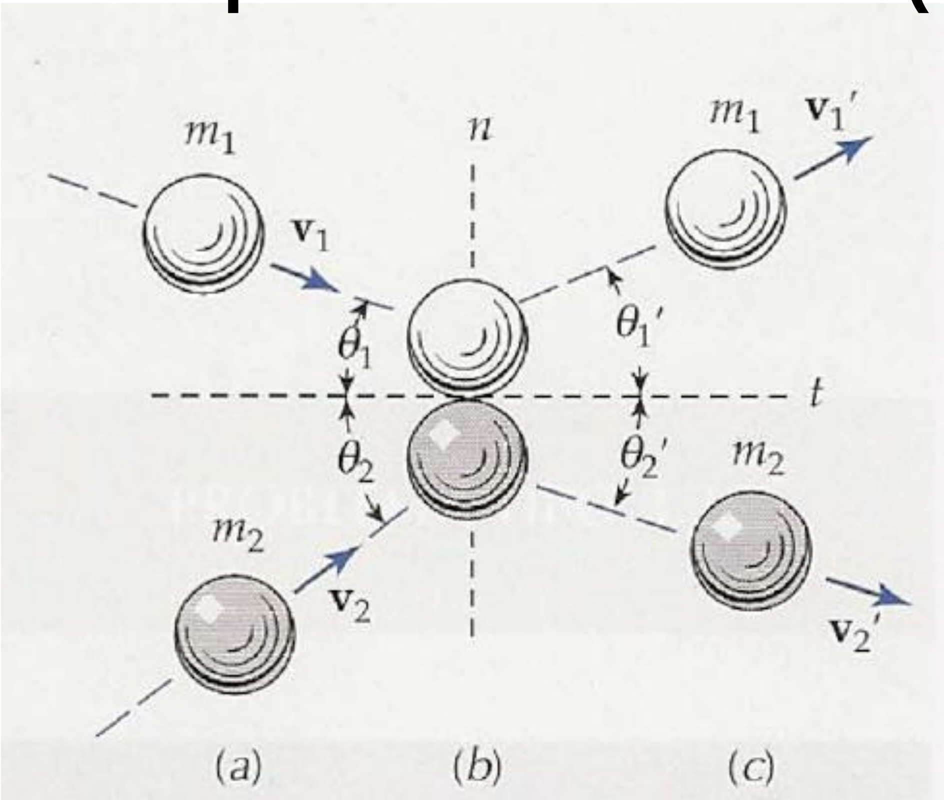
1 elástico — **Se conserva la energía cinética**

0 plástico o perfectamente inelásitco

<1 inelástico

Hay perdida de energía

Choque central oblicuo (2D)



$\boxed{F_{ext} = 0 \rightarrow P_{tot} = cte}$

se conserva P_{tot} en la dirección n

$$m_1(v_1)_n + m_2(v_2)_n = m_1(v_1')_n + m_2(v_2')_n$$

en la dirección t se conserva además la p individual (por no haber fuerzas impulsivas en esa dirección)

$$m_1(v_1)_t = m_1(v_1')_t$$
$$m_2(v_2)_t = m_2(v_2')_t$$

Se calcula el <u>coeficiente de restitución</u> con las componentes de la velocidad en la <u>dirección normal</u> (solo en esa dirección hay fuerzas impulsivas)

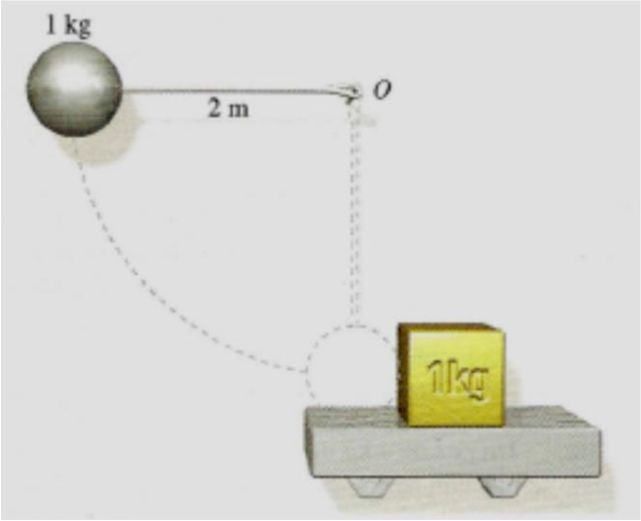
$$e = \frac{(v_2')_n - (v_1')_n}{(v_1)_n - (v_2)_n}$$

Ejemplo 1

Una bola de acero de 1 kg y una cuerda de 2 m, de masa despreciable, forman un péndulo simple que puede oscilar sin rozamiento alrededor del punto O, como muestra la figura. Este péndulo se deja libre desde el reposo en una posición horizontal, y cuando la bola está en su punto más bajo choca contra un bloque de 1 kg que descansa sobre una plataforma. Suponiendo que el coeficiente de restitución para el choque es 0,9 y que el coeficiente de rozamiento entre el bloque y la plataforma es 0.1, determinar

a. **la tensión de la cuerda justo antes del impacto**
b. **la velocidad del bloque justo después del impacto,**
c. **la distancia recorrida por el bloque antes de detenerse**

Aclaración: se pueden despreciar los efectos impulsivos de la fuerza de rozamiento durante el choque



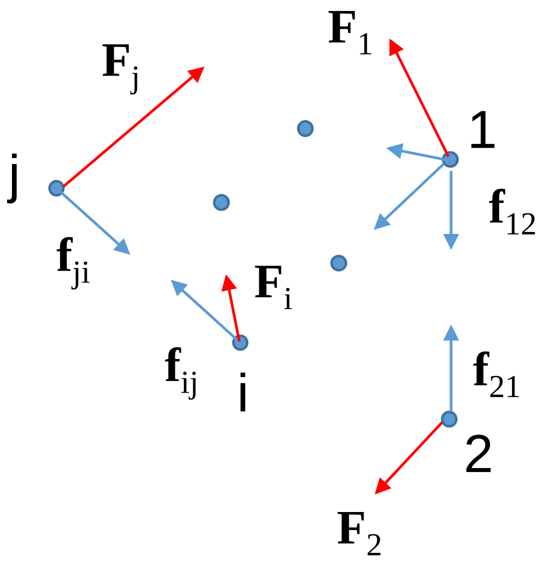
Sistema de partículas

Repaso

$$\vec{r}_c = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$$

$$\boxed{\vec{v}_c = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{m}}$$

$$\boxed{\vec{a}_c = \frac{\sum m_i \vec{a}_i}{m}}$$



$$\boxed{\vec{F} = m\,\vec{a}_c}$$

Ecuación de Movimiento para el CM de un Sistema de partículas

Resultante de las fuerzas <u>externas</u>

aceleración del c.m.

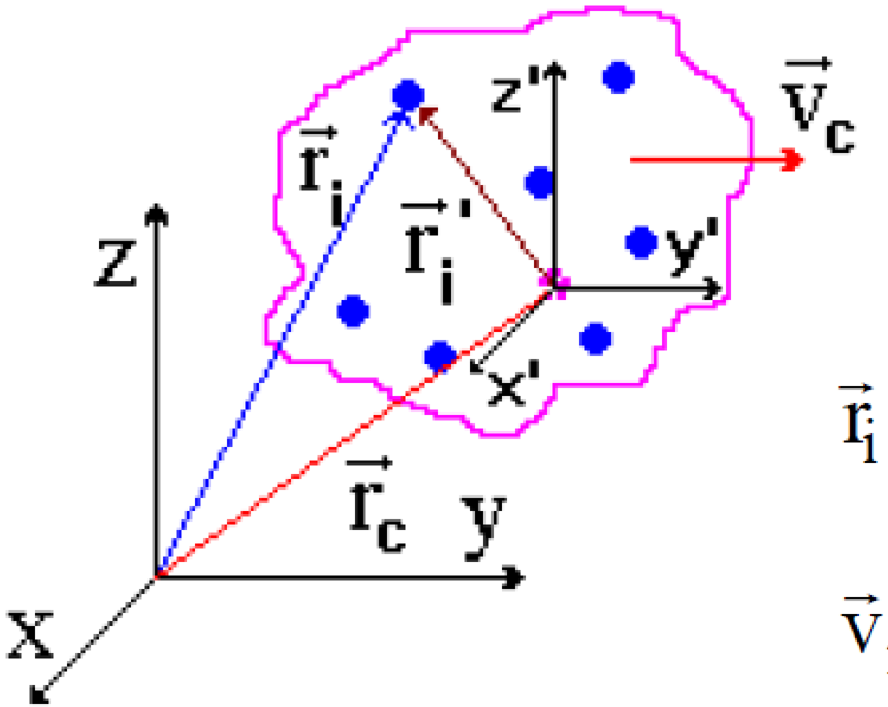
$$\vec{P} = \sum m_i \vec{v}_i$$

$$\boxed{\vec{P} = m\vec{v}_c}$$

$$\boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}}$$

Resultante de las fuerzas <u>externas</u>

Sistema de referencia centroidal o del centro de masa



Origen en el centro de masa

Se traslada con la velocidad del c. m.

$$\vec{r}_i = \vec{r}_c + \vec{r}_i\,'$$

Posición de la partícula i respecto del del c.m.

$$\vec{v}_i = \vec{v}_c + \vec{v}_i\,'$$

$$\vec{a}_i = \vec{a}_c + \vec{a}_i\,'$$

Calculamos la cantidad de movimiento en el sistema centroidal SRC

$$\vec{P}' = \sum m_i \vec{v}_i' \qquad \vec{P}' = \frac{d}{dt}\sum m_i \vec{r}_i'$$

$$\vec{r}_c' = \frac{\sum m_i \vec{r}_i'}{m} = 0 \qquad \sum m_i \vec{r}_i' = 0$$

$$\boxed{\vec{P}' = 0}$$ **cantidad de movimiento respecto del SRC**

Energía cinética

$$T = \sum \frac{1}{2} m_i v_i^2 \qquad \vec{v}_i = \vec{v}_c + \vec{v}_i'$$

$$T = \sum \frac{1}{2} m_i (v_c^2 + v_i'^2 + 2\vec{v}_c \cdot \vec{v}_i')$$

$$T = \frac{1}{2} m v_c^2 + \sum \frac{1}{2} m_i v_i'^2 + \vec{v}_c \cdot \underbrace{\sum m_i \vec{v}_i'}_{\vec{P}' = 0}$$

$$\boxed{T = \frac{1}{2} m v_c^2 + \sum \frac{1}{2} m_i v_i'^2}$$

Energía cinética de un sistema de partículas

$$\boxed{T = \frac{1}{2} m v_c^2 + \sum \frac{1}{2} m_i v_i'^2}$$

Energía cinética de un sistema de partículas

$$\boxed{T_{or} = \frac{1}{2} m v_c^2}$$

Término orbital: tiene en cuenta el movimiento del c. m. respecto al SRF

$$\boxed{T' = \sum \frac{1}{2} m_i v_i'^2}$$

Término intrínseco: tiene en cuenta el movimiento de cada partícula respecto al SRC

Ejemplo 2:

Una persona de 60 Kg corre con una rapidez de 4 m/s y salta a un carro que está inicialmente en reposo. Debido a la fricción la persona no desliza sobre la superficie del carro y avanzan en conjunto respecto de un SR fijo a tierra (despreciar la fricción entre el piso y el carro). Determinar:

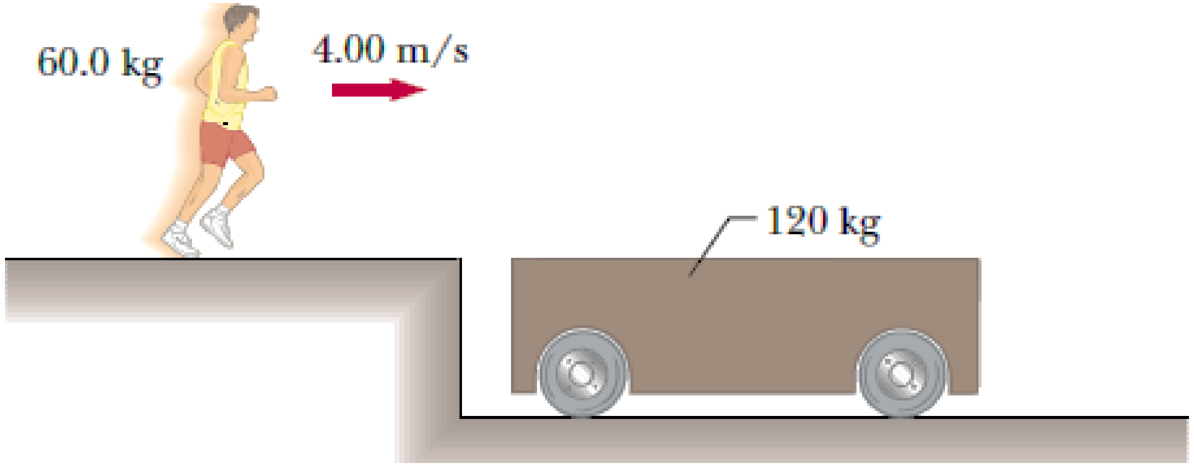
a)La velocidad del CM respecto de un SR fijo a tierra antes del salto

b)La velocidad con que se mueven finalmente en conjunto y la del CM ¿Qué tipo de choque representa a esta situación?

c)La cantidad de movimiento de cada partícula respecto del SRC.

d)La cantidad de movimiento total respecto del SRC.

e)La energía cinética total y el término intrínseco antes y después del choque



Resumen

$$\vec{v}_c = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{m} \qquad T = \frac{1}{2} m v_c^2 + \sum \frac{1}{2} m_i v_i'^2$$

$$T_{or} = \frac{1}{2} m v_c^2$$

$$T' = \sum \frac{1}{2} m_i v_i'^2$$

Trabajo mecánico

$$W = \sum W_i \qquad W = \sum \Delta T_i \qquad W = \Delta \sum T_i \quad \therefore \quad W = \Delta T$$

$$W = \Delta T_{or} + \Delta T' \qquad \textbf{(1)}$$

$$W = \sum \int_{tr/i} (\vec{F}_i + \vec{f}_i) \cdot d\vec{r}_i$$

$$W = \sum \int_{tr/i} (\vec{F}_i + \vec{f}_i) \cdot (d\vec{r}_c + d\vec{r}_i')$$

$$W = \underbrace{\sum \int (\vec{F}_i + \vec{f}_i) \cdot d\vec{r}_c}_{} + \underbrace{\sum \int_{tr/i} (\vec{F}_i + \vec{f}_i) \cdot d\vec{r}_i'}_{}$$

Integro lo largo de la tray.del cm $\sum \int \rightarrow \int \sum$

Integro a lo largo de la tray.de c/partícula respecto al cm

$$W = \int \left[\sum (\vec{F}_i + \vec{f}_i) \right] \cdot d\vec{r}_c + \sum \int_{tr/i} (\vec{F}_i + \vec{f}_i) \cdot d\vec{r}_i'$$

$$W = \int \left[\sum (\vec{F}_i + \vec{f}_i)\right] \cdot d\vec{r}_c + \sum \int_{tr/i} (\vec{F}_i + \vec{f}_i) \cdot d\vec{r}_i'$$

$$W = \int \left[\sum \vec{F}_i\right] \cdot d\vec{r}_c + \int \left[\cancel{\sum \vec{f}_i}\right] \cdot d\vec{r}_c + \sum \int_{tr/i} (\vec{F}_i + \vec{f}_i) \cdot d\vec{r}_i'$$

0 x 3ra ley Newton

$$\boxed{W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}_c + \sum \int_{tr/i} (\vec{F}_i + \vec{f}_i) \cdot d\vec{r}_i'} \qquad (2)$$

trabajo que haría la resultante de las <u>fuerzas externas</u> a lo largo de la trayectoria del centro de masa, como si estuviera aplicada en dicho punto,

integrales calculadas a lo largo de las trayectorias de <u>cada</u> partícula respecto del sistema centroidal y en el que intervienen las <u>fuerzas internas</u>

$$\int \vec{F} \cdot d\vec{r}_c = \int m\vec{a}_c \cdot d\vec{r}_c \qquad \int \vec{F} \cdot d\vec{r}_c = \int m \frac{d\vec{v}_c}{dt} \cdot d\vec{r}_c$$

$$\int \vec{F} \cdot d\vec{r}_c = \int m\vec{v}_c \cdot d\vec{v}_c \qquad \int \vec{F} \cdot d\vec{r}_c = \Delta \left(\frac{1}{2} m v^2\right)$$

$$\boxed{\int \vec{F} \cdot d\vec{r}_c = \Delta T_{or}} \quad (3)$$

De (2) y (3)

$$\boxed{\sum \int_{tr\,/\,i} (\vec{F}_i + \vec{f}_i) \cdot d\vec{r}_i{}' = \Delta T'}$$

si bien **las fuerzas internas** no pueden modificar el estado de movimiento del centro de masa de un sistema , sí pueden producir cambios en la energía cinética del sistema (específicamente en el término intrínsico).

Energía mecánica

$$\boxed{E = T + \Phi_{ext} + \Phi_{int}}$$

Energía interna

$$\boxed{E_{int} = T' + \Phi_{int}}$$

$$\boxed{W_{NC}^{ext} + W_{NC}^{int} = \Delta E}$$

problemas 9 al 11 de la guía

(y también para los últimos problemas de la guía de energía)

Separar los problemas por etapas

Ver que magnitudes se conservan en cada una

Ejercicio 6: (problema 11 de la guia)

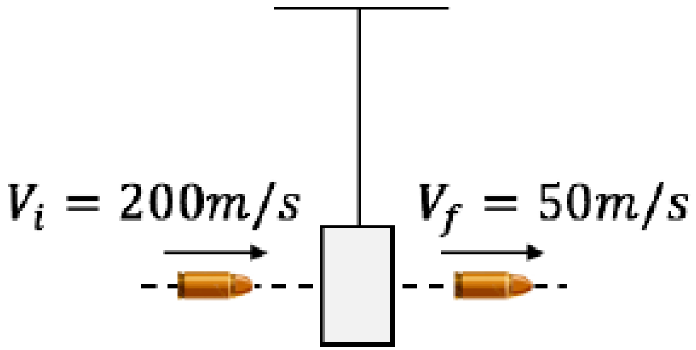
Una bala de $50gr$ que se mueve con una velocidad de módulo $v_i = 200m/s$ atraviesa un bloque muy delgado de $2kg$ suspendido de una cuerda ligera de $1m$ de largo. La bala se mueve con una velocidad de módulo $v_f = 50m/s$ al salir del bloque. Calcular:

a) La variación de la cantidad de movimiento de la bala. Suponer que la bala atraviesa al bloque cuando éste aún no se apartó de su posición de equilibrio.

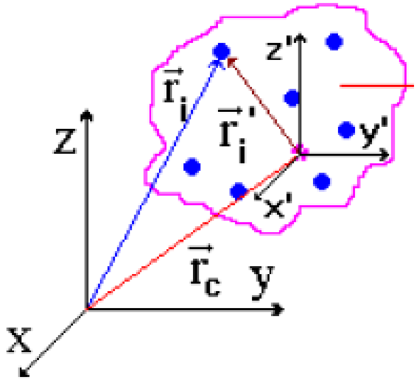
b) La velocidad del bloque después que la bala sale de él.

c) La máxima altura que alcanza el bloque.

d) El mínimo valor de v_i para que el bloque dé una vuelta completa si $v_f = \frac{1}{2}v_i$



Momento angular del sistema de partículas respecto al origen del SRF



$$\vec{L} = \sum \vec{r}_i \times \vec{p}_i$$

$$\boxed{\vec{L} = \vec{r}_c \times m\vec{v}_c + \sum \vec{r}_i\,' \times m_i \vec{v}_i\,'}$$

$$\boxed{\vec{L}_{or} = \vec{r}_c \times m\vec{v}_c}$$ componente orbital

$$\boxed{\vec{L}\,'_c = \sum \vec{r}_i\,' \times m_i \vec{v}_i\,'}$$ componente intrínseca

$\vec{L}\,'_c$

SR respecto del cual se miden velocidades

punto respecto del cual se toman los momentos (los r)

$$\boxed{\vec{L}'_c = \sum \vec{r}'_i \times m_i \vec{v}'_i}$$ **componente intrínseca**

$\vec{L}'_c$

SR respecto del cual se miden velocidades

punto respecto del cual se toman los momentos (los r)

$$\vec{L}'_c = \sum \vec{r}'_i \times m_i (\vec{v}_i - \vec{v}_c) \Longrightarrow \vec{L}'_c = \sum \vec{r}'_i \times m_i \vec{v}_i$$

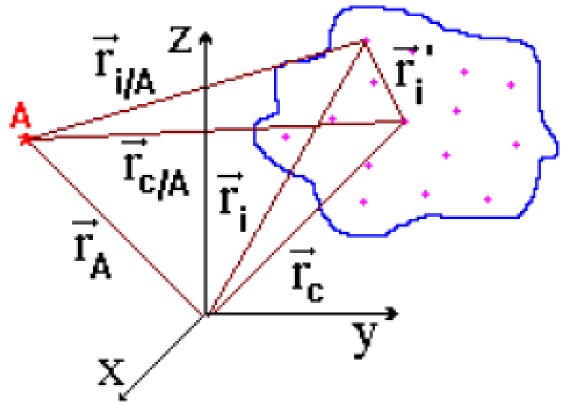
velocidades medidas en SRC

$$\boxed{\vec{L}'_c = \vec{L}_c}$$

velocidades medidas en SRF

en el cálculo de la componente intrínseca del vector momento angular es lo mismo considerar las velocidades de las partículas determinadas respecto del sistema de referencia centroidal o respecto del sistema de referencia fundamental.

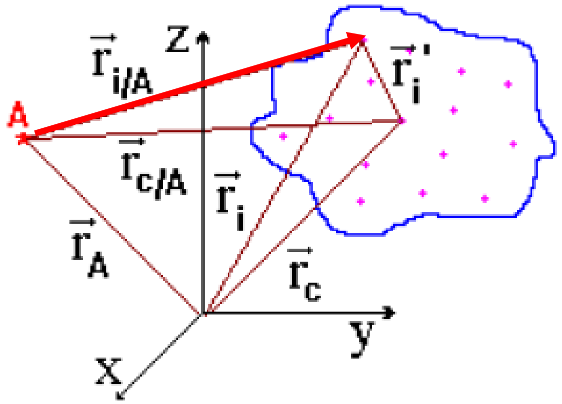
Momento angular del sistema de partículas respecto a un punto A



$$\vec{L}_A = \sum \vec{r}_{i/A} \times m_i \vec{v}_i$$

$$\boxed{\vec{L}_A = \vec{r}_{c/A} \times m\vec{v}_c + \sum \vec{r}_i' \times m_i \vec{v}_i'}$$

La única diferencia con el caso anterior está en que ahora el término orbital está determinado respecto al punto A



$$\vec{L}_A = \sum \vec{r}_{i/A} \times m_i \vec{v}_i$$

$$\left.\frac{d\vec{L}_A}{dt}\right|_{xyz} = \sum \left.\frac{d\vec{r}_{i/A}}{dt}\right|_{xyz} \times m_i \vec{v}_i + \sum \vec{r}_{i/A} \times m_i \left.\frac{d\vec{v}_i}{dt}\right|_{xyz}$$

$$\vec{r}_{i/A} = \vec{r}_i - \vec{r}_A$$

Momento que las <u>fuerzas externas</u> generan respecto al punto A

$$\boxed{\vec{M}_A = \left.\frac{d\vec{L}_A}{dt}\right|_{xyz} + \vec{v}_{A/xyz} \times m\vec{v}_{c/xyz}}$$

$$\boxed{\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}}$$

la variación temporal del vector momento angular del sistema calculada respecto a un punto fijo es igual al momento que generan las fuerzas externas respecto a dicho punto

$$\boxed{\vec{M}_C = \frac{d\vec{L}_C}{dt}}$$

Momento que las fuerzas externas generan respecto del centro de masa

las fuerzas internas NO modifican al momento angular

Conservación del momento angular

si el conjunto de fuerzas externas a que está sometido un sistema es tal que el momento que generan es nulo, el momento angular del mencionado sistema permanecerá constante e igual al valor que tenía en el instante inicial

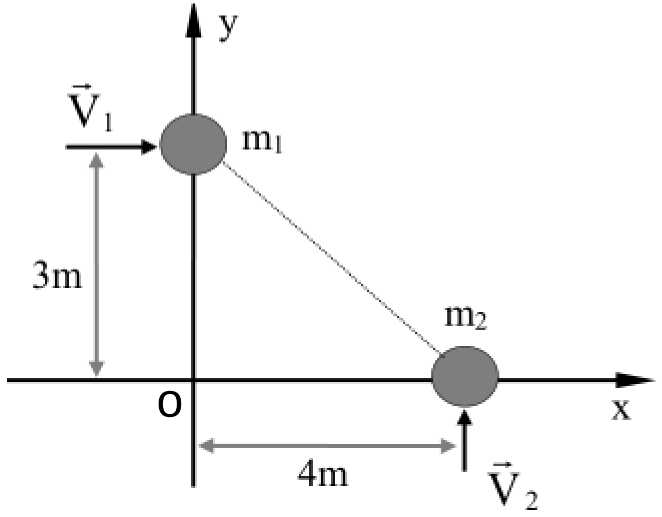
$$\vec{M} = 0 \qquad \vec{L} = \vec{L}_o$$

$$\vec{M}_c = 0 \qquad \vec{L}_c = \vec{L}_{co}$$

Ejercicio 1: **(Problema 13 guía de sistemas de partículas)**

El sistema de dos partículas mostrado en la figura, está libre de interacciones exteriores, sabemos que $m_1 = 4$ kg, $m_2 = 6$ kg, $V_1 = 2$ m/s y $V_2 = 3$ m/s.

a) Determine el momento angular total del sistema respecto a "o" y relativo al CM, y verificar la relación entre ambos valores.



Resumen momento angular

$$\vec{L} = \sum \vec{r}_i \times \vec{p}_i$$

$$\vec{L} = \vec{r}_c \times m\vec{v}_c + \sum \vec{r}_i' \times m_i\vec{v}_i'$$

$$\vec{L}_{or} = \vec{r}_c \times m\vec{v}_c$$

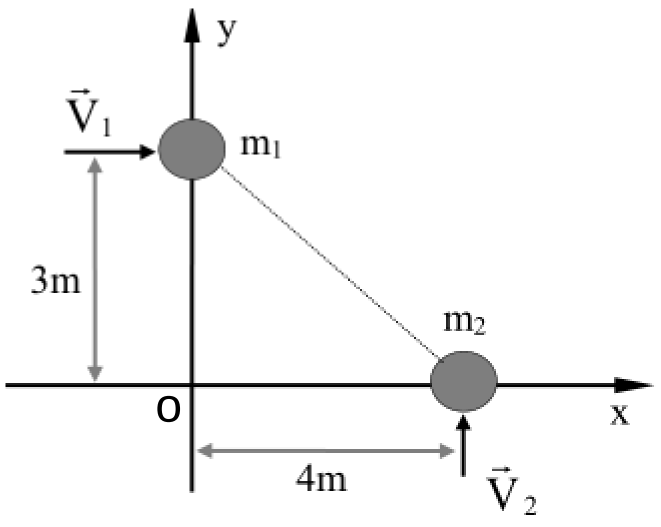
$$\vec{L}_c' = \sum \vec{r}_i' \times m_i\vec{v}_i'$$

$$\vec{L}_c' = \vec{L}_c$$

Ejercicio 1: **(Problema 13 guía de sistemas de partículas)**

El sistema de dos partículas mostrado en la figura, está libre de interacciones exteriores, sabemos que m_1 = 4 kg, m_2 = 6 kg, V_1 = 2 m/s y V_2 = 3 m/s.

b) Determine la energía cinética total y el correspondiente término intrínseco. Verificar la relación entre ambos valores.



Repaso energía cinética

$$T = \sum \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

$$T = \frac{1}{2} m v_c^2 + \sum \frac{1}{2} m_i v_i'^2$$

$$T_{or} = \frac{1}{2} m v_c^2$$

$$T' = \sum \frac{1}{2} m_i v_i'^2$$

Ejercicio 1: **(Problema 13 guía de sistemas de partículas)**

Si ahora se une a las partículas mediante resorte elástico de constante 100 N/m, inicialmente sin estirar.

d) ¿Cómo afectara esto al CM del sistema?

e) ¿Cuál es la energía interna total del sistema?

f) En cierto instante, el resorte está comprimido en 4 cm. Determine la energía cinética intrínseca y la energía potencial del sistema en dicho instante.

g) Determine la máxima compresión del resorte.