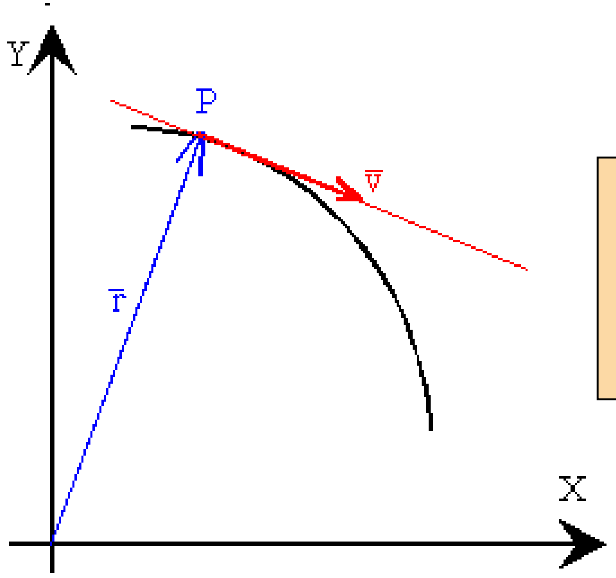
Repaso



$$\vec{\mathbf{v}} \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\mathbf{r}}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt}$$

tangente a la trayectoria

$$\vec{\mathbf{a}} \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\mathbf{v}}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt}$$

cambios en el módulo y la **dirección** del vector velocidad

Ejemplo 1

Se dispara un proyectil con una velocidad inicial de 500 m/s y un ángulo de 60° con la horizontal. Calcular el radio de curvatura de la trayectoria 30 segundos después del disparo

La dirección del vector velocidad (calculado en cartesianas) ➡ **Es la dirección tangente (determina e_t)**

COMPONENTES INTRINSECAS. $\vec{v} = v\ \vec{e_t} = \dot{s}\ \vec{e_t}$

$$\vec{a} = a_n\,\vec{e_n} + a_t\,\vec{e_t}$$

$$\boxed{a_n = \frac{v^2}{\rho}}$$

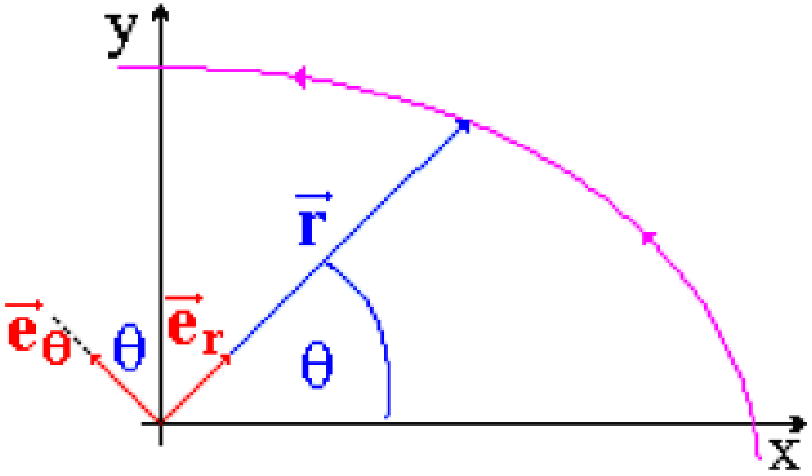
Cambio en la dirección de **v**

$$\boxed{a_t = \frac{dv}{dt}}$$

Cambio en el módulo

Coordenadas polares

$$r = r(t) \qquad y \qquad \theta = \theta(t)$$



$$\boxed{\vec{r}(t) = r(t)\,\vec{e}_r}$$

Vector posición

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{v}(t) = \dot{r}(t)\,\vec{e}_r + r(t)\,\dot{\vec{e}}_r$$

$$\vec{e}_r = \cos\theta\ \vec{i} + \operatorname{sen}\theta\ \vec{j}$$

$$\dot{\vec{e}}_r = \dot{\theta}\,\Big(\underbrace{-\operatorname{sen}\theta\ \vec{i} + \cos\theta\ \vec{j}}_{\vec{e}_\theta}\Big)$$

$$\dot{\vec{e}}_r = \dot{\theta}\ \vec{e}_\theta$$

$$\boxed{\vec{v}(t) = \dot{r}(t)\,\vec{e}_r + r(t)\,\dot{\theta}(t)\,\vec{e}_\theta}$$

Vector velocidad

$$\vec{v}(t) = \dot{r}(t)\,\vec{e}_r + r(t)\,\dot{\theta}(t)\,\vec{e}_\theta \qquad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{a} = \ddot{r}\,\vec{e}_r + \dot{r}\,\dot{\vec{e}}_r + \dot{r}\,\dot{\theta}\,\vec{e}_\theta + r\,\ddot{\theta}\,\vec{e}_\theta + r\,\dot{\theta}\,\dot{\vec{e}}_\theta$$

$$\vec{e}_\theta = -\,\mathrm{sen}\,\theta\,\vec{i} + \cos\theta\,\vec{j}$$

$$\dot{\vec{e}}_\theta = -\,\dot{\theta}\left(\cos\theta\,\vec{i} + \mathrm{sen}\,\theta\,\vec{j}\right) \qquad \boxed{\dot{\vec{e}}_\theta = -\,\dot{\theta}\,\vec{e}_r} \qquad \boxed{\dot{\vec{e}}_r = \dot{\theta}\,\vec{e}_\theta}$$

de antes

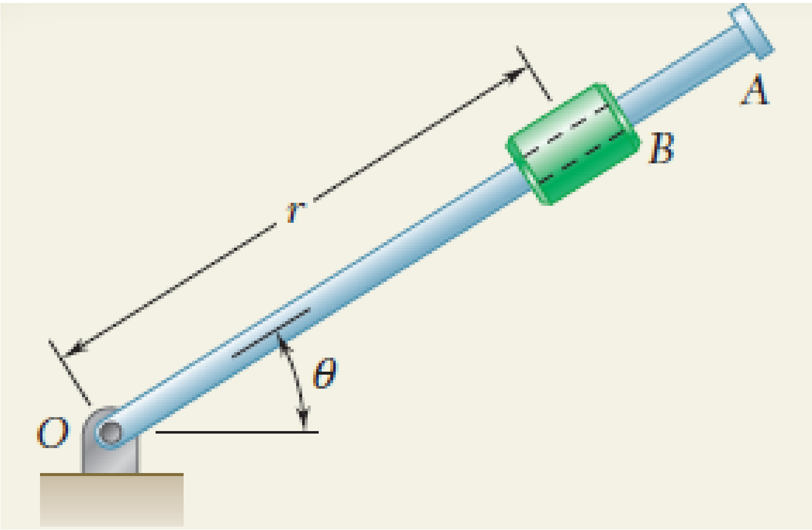
$$\vec{a} = \ddot{r}\,\vec{e}_r + \dot{r}\,\dot{\theta}\,\vec{e}_\theta + \dot{r}\,\dot{\theta}\,\vec{e}_\theta + r\,\ddot{\theta}\,\vec{e}_\theta - r\,\dot{\theta}^2\,\vec{e}_r$$

$$\boxed{\vec{a} = \left(\ddot{r} - r\,\dot{\theta}^2\right)\vec{e}_r + \left(r\,\ddot{\theta} + 2\dot{r}\,\dot{\theta}\right)\vec{e}_\theta}$$

Vector aceleración

Ejemplo 2

La rotación del brazo OA está dada por $\theta = 0.15t^2$ donde θ está expresada en radianes y t en segundos. El cursor B se desliza tal que su distancia a O es $r = 0.9 - 0.12t^2$, con r en metros. Determinar los vectores velocidad y aceleración de B a los 2 segundos



$$\vec{r}(t) = r(t)\,\vec{e}_r$$

$$\vec{v}(t) = \dot{r}(t)\,\vec{e}_r + r(t)\,\dot{\theta}(t)\,\vec{e}_\theta$$

$$\vec{a} = \left(\ddot{r} - r\,\dot{\theta}^2\right)\vec{e}_r + \left(r\,\ddot{\theta} + 2\dot{r}\,\dot{\theta}\right)\vec{e}_\theta$$

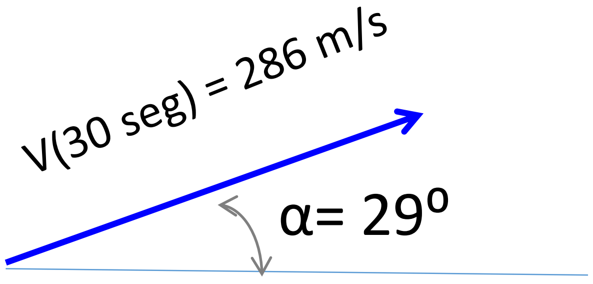
Ejemplo 3

Para la situación del Ejemplo 1 , tomando un polo en el punto de disparo del proyectil, hallar los valores de r y sus variaciones temporales primera y segunda, a los 30 segundos del disparo

Ejemplo 1

Se dispara un proyectil con una velocidad inicial de 500 m/s y un ángulo de 60° con la horizontal. Calcular el radio de curvatura de la trayectoria 30 segundos después del disparo

Al resolver, obtuvimos

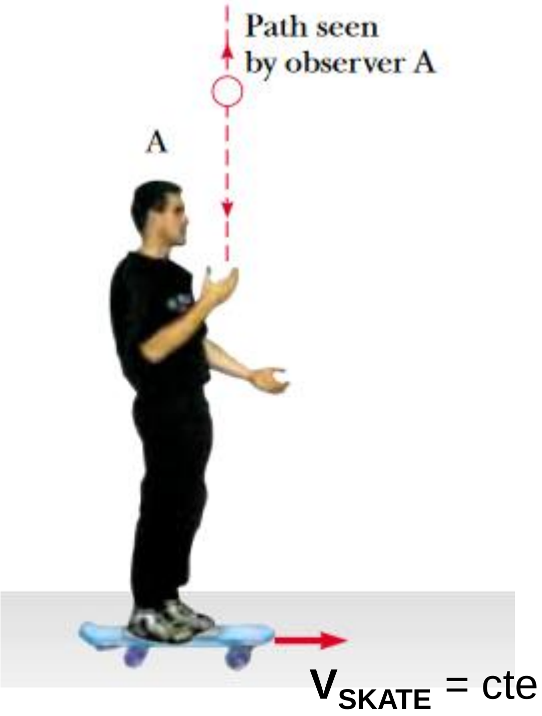


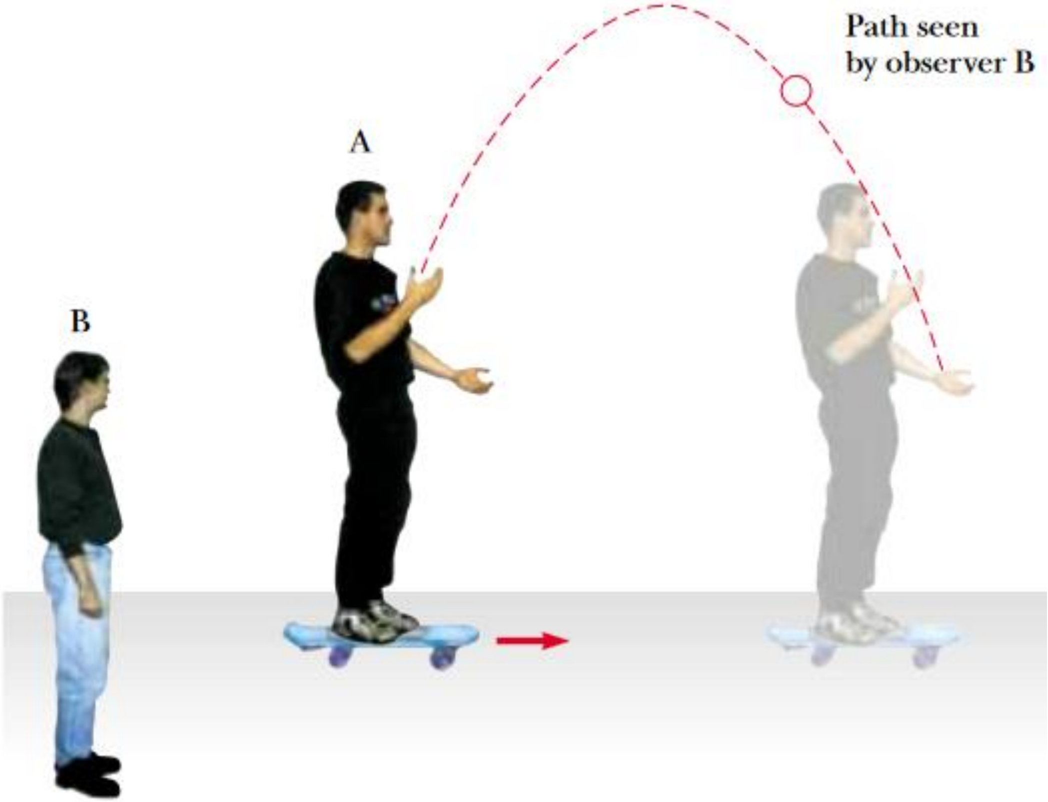
$$\vec{r}(t) = r(t)\,\vec{e}_r$$

$$\vec{v}(t) = \dot{r}(t)\,\vec{e}_r + r(t)\,\dot{\theta}(t)\,\vec{e}_\theta$$

$$\vec{a} = \left(\ddot{r} - r\,\dot{\theta}^{2}\right)\vec{e}_r + \left(r\,\ddot{\theta} + 2\dot{r}\,\dot{\theta}\right)\vec{e}_\theta$$

Sistemas de Referencia con traslación relativa





Observador A, desde un Sistema de referencia solidario al skate:
lanza la pelota de manera que en su sistema de referencia, sigue una trayectoria recta

Observador B, desde un Sistema de referencia fijo al suelo:
verá la pelota moverse a lo largo de una parábola. La pelota tiene también una componente horizontal de la velocidad (además de la vertical)

Para el miercoles…

Pueden hacer
hasta el problema 32