Sistemas de referencia en traslación relativa

Un Sistema de Referencia es Inercial cuando experimentalmente se verifica que el vector aceleración una partícula determinado respecto de dicho sistema, está relacionado con la resultante de las fuerzas de interacción a que se encuentra sometido mediante la ecuación

$$\boxed{\vec{F} = m\,\vec{a}_{XYZ}}$$

si experimentalmente se verifica que dichas magnitudes no se encuentran relacionadas mediante una ecuación así, diremos que se trata de un Sistema de Referencia No Inercial

aceleración del SRNI xyz

$$\boxed{\vec{f}^{*} = -m\vec{A}_{XYZ}}$$

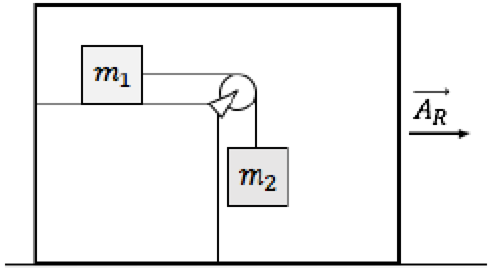
fuerza inercial

$$\boxed{\vec{F} + \vec{f}^{*} = m\,\vec{a}_{xyz}}$$

aceleración de la partícula medida en SR NO INERCIAL

resultante de las fuerzas de interacción

Problema 36. En la figura se muestra un recinto que puede acelerarse horizontalmente. Suponiendo libre de rozamiento a todas las superficies en contacto y que la cuerda que une los cuerpos m_1 y m_2 es inextensible y sin peso:

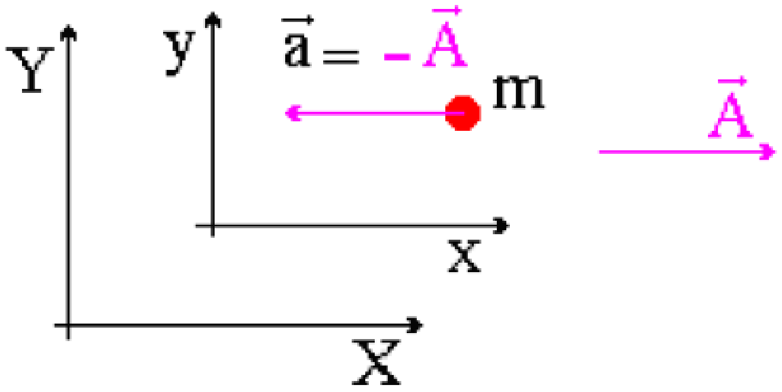


a) Obtenga una expresión para la aceleración del recinto, cuando el sistema de cuerpos esta en equilibrio respecto del recinto.

b) Si damos al recinto una aceleración cuyo módulo es la mitad de la calculada en a), determine la aceleración de cada cuerpo respecto del recinto y respecto de Tierra.

c) En los casos a) y b) determine el esfuerzo en la cuerda y las fuerzas de contacto con las superficies.

Cuerpo libre de interacciones (dde SRNI)



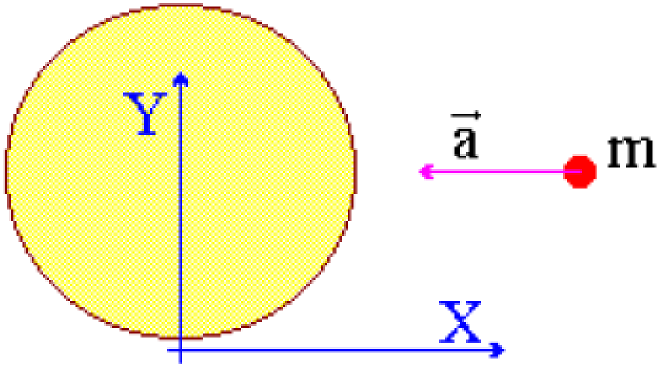
$$\vec{a}_{XYZ} = \vec{A}_{XYZ} + \vec{a}_{xyz}$$

0 (x libre de interacciones)

$$\vec{a}_{xyz} = -\vec{A}_{XYZ}$$

Independiente de la masa del cuerpo

Cuerpo sometido a interacción gravitatoria (dde SRI)



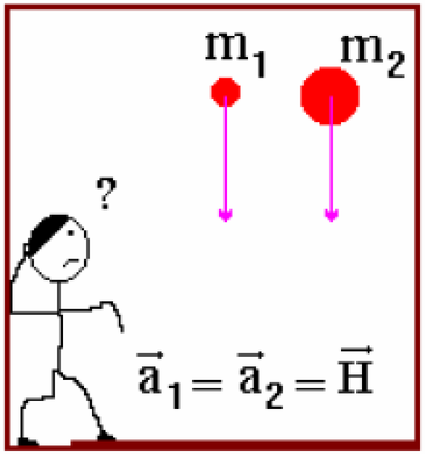
$$ma = G\frac{mM}{r^2}$$

$$a = G\frac{M}{r^2}$$

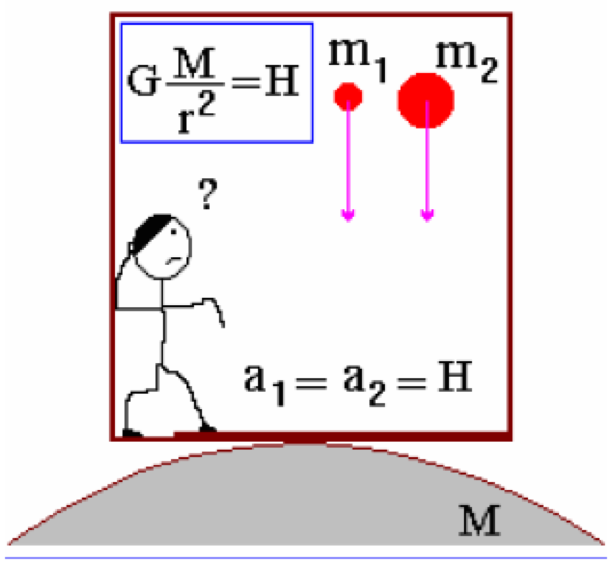
Independiente de la masa del cuerpo

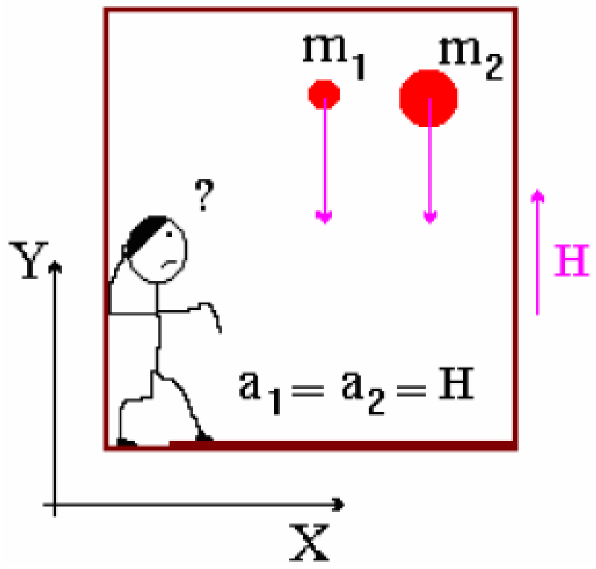
Observador dentro de un recinto, experimentalmente verifica que al dejar en libertad cuerpos de diferentes masas, se mueven con la misma aceleración respecto de su sistema de referencia

¿Interacción gravitatoria con un planeta?



¿cuerpo libre de interacciones en recinto aclerado?





Imposible de diferenciar!

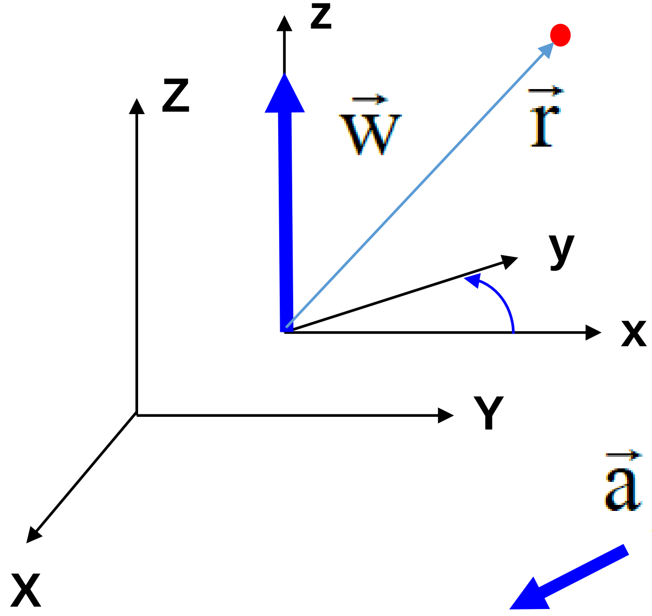
Principio de equivalencia

Principio de equivalencia

Es imposible diferenciar entre los efectos dinámicos asociados con una interacción gravitatoria, de los que resultan como consecuencia de las fuerzas inerciales que existen en un sistema no inercial.

Es consecuencia de que experimentalmente se verifica la equivalencia entre la masa inercial y la masa gravitatoria

Sistemas de referencia en rotación relativa



XYZ → SRI

xyz → rotación y traslación respecto a XYZ

aceleración de la partícula en xyz

velocidad de la partícula en xyz

$$\vec{a}_{XYZ} = \vec{a}_{xyz} + \vec{A}_{XYZ} + \vec{w}\times\vec{w}\times\vec{r} + 2\vec{w}\times\vec{v}_{xyz} + \dot{\vec{w}}\times\vec{r}$$

aceleración angular del SR xyz

aceleración de la partícula en SRI XYZ

velocidad angular del SR xyz respecto al SRI XYZ

aceleración del origen SR xyz respecto al SRI XYZ

En XYZ es válida la ley de Newton

$$\vec{F} = m\vec{a}_{XYZ}$$

$$\vec{F} = m\vec{a}_{xyz} + m\vec{A}_{XYZ} + m\vec{w} \times \vec{w} \times \vec{r} + 2m\vec{w} \times \vec{v}_{xyz} + m\dot{\vec{w}} \times \vec{r}$$

$$\vec{F} + (-m\vec{A}_{XYZ}) + (-m\vec{w} \times \vec{w} \times \vec{r}) + (-2m\vec{w} \times \vec{v}_{xyz}) + (-m\dot{\vec{w}} \times \vec{r}) = m\vec{a}_{xyz}$$

Fuerzas inerciales:

de traslación $f_t = -m\vec{A}_{XYZ}$

centrífuga $f_{cf} = -m\vec{w} \times \vec{w} \times \vec{r}$

de Coriolis $f_c = -2m\vec{w} \times \vec{v}_{xyz}$

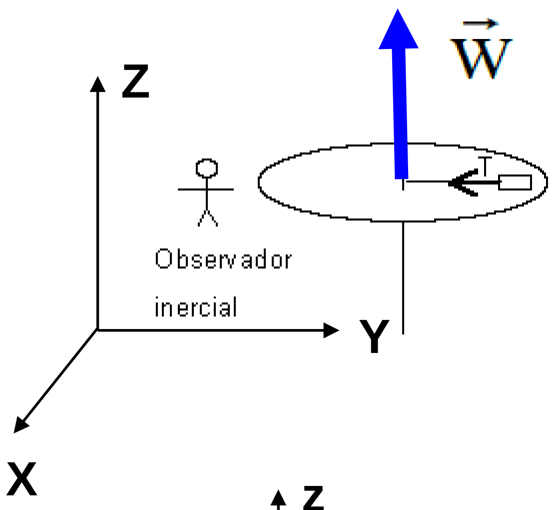
de Euler $f_e = -m\dot{\vec{w}} \times \vec{r}$

$$\vec{f} = \vec{f}_t + \vec{f}_{cf} + \vec{f}_c + \vec{f}_e$$

$$\vec{F} + \vec{f}_t + \vec{f}_{cf} + \vec{f}_c + \vec{f}_e = m\vec{a}_{xyz}$$

$$\boxed{\vec{F} + \vec{f} = m\vec{a}_{xyz}}$$

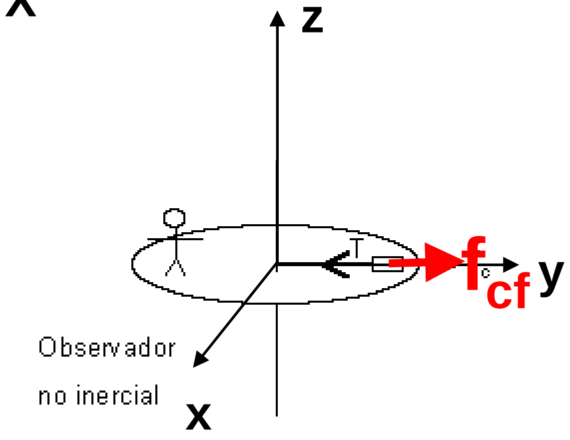
Cuerpo en reposo respecto a una plataforma giratoria (con ω cte)



Desde SRI XYZ → trayectoria circular

$$\vec{F} = m\vec{a}_{XYZ} \qquad \mathbf{T = ma_n\,(-j) = -m\omega^2 r\, j}$$

Desde SRNI xyz → m en reposo $v_{xyz} = 0$, $a_{xyz} = 0$
(fijo a la plataforma)



$$\vec{F} + (-m\cancelto{0}{\vec{A}_{XYZ}}) + \underbrace{(-m\,\underbrace{\vec{w}\times \underbrace{\vec{w}\times\vec{r}}_{-i}}_{-j})}_{f_{cf} = m\omega^2 r\, j} + (-2m\vec{w}\times\cancelto{0}{\vec{v}_{xyz}}) + (-m\cancelto{0}{\dot{\vec{w}}}\times\vec{r}) = m\cancelto{0}{\vec{a}_{xyz}}$$

$$\mathbf{T} = -m\omega^2 r\, \mathbf{j}$$

$$\mathbf{f_{cf}} = m\omega^2 r\, \mathbf{j}$$

$$\mathbf{T + f_{cf} = 0}$$

Para un observador no inercial debe existir una f_{cf} en dirección radial hacia fuera para equilibrar al cuerpo

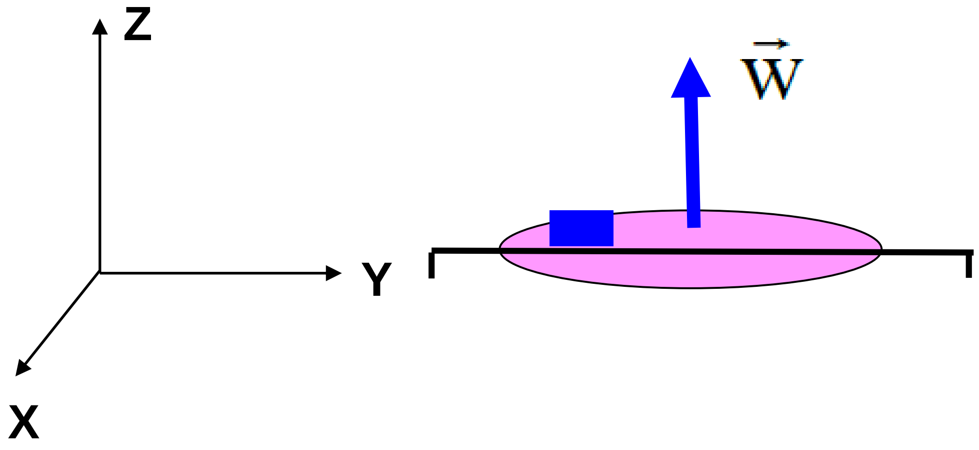
Fuerza centrífuga $\vec{f}_{cf} = -m\vec{w} \times \vec{w} \times \vec{r}$

Siempre dirigida ¨hacia afuera¨

Depende de la posición
(mayor cuanto mas alejado del centro)

Siempre perpendicular a ω

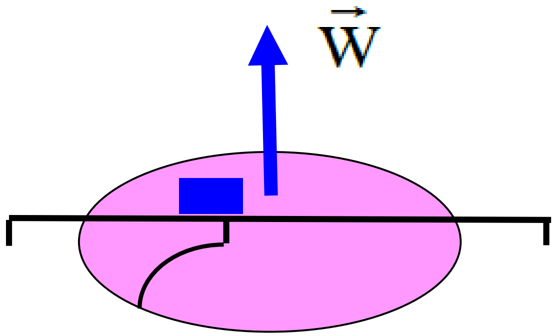
Imaginemos una plataforma que gira y sobre ella una guia sobre la cual va un carrito con velocidad constante



XYZ → v = cte,
trayectoria recta

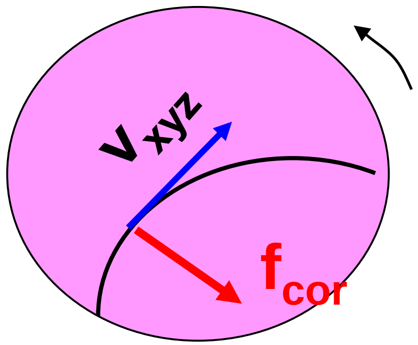
F = 0

¿Cómo se ve la trayectoria respecto a un SR fijo a la plataforma?



xyz → trayectoria curva

Fuerza coriolis $\vec{f}_c = -2m\vec{w} \times \vec{v}_{xyz}$



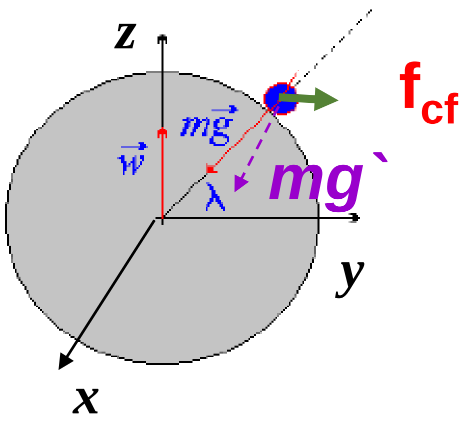
Se manifiesta cuando la partícula está en movimiento en el sistema en rotación

Perpendicular a la velocidad relativa

Siempre perpendicular a ω

Tiende a curvar la trayectoria

LA TIERRA COMO UN SISTEMA NO INERCIAL



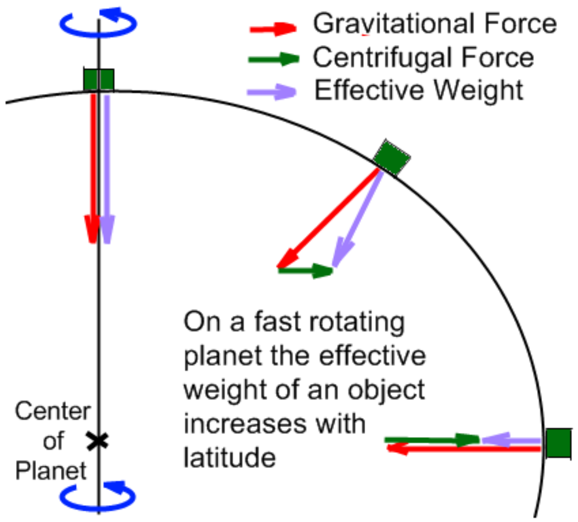
$$\vec{f}_{cf} = -m\vec{w} \times \vec{w} \times \vec{r}$$

$\lambda \rightarrow$ latitud

r = r sen λ **k +** r cos **λ j**

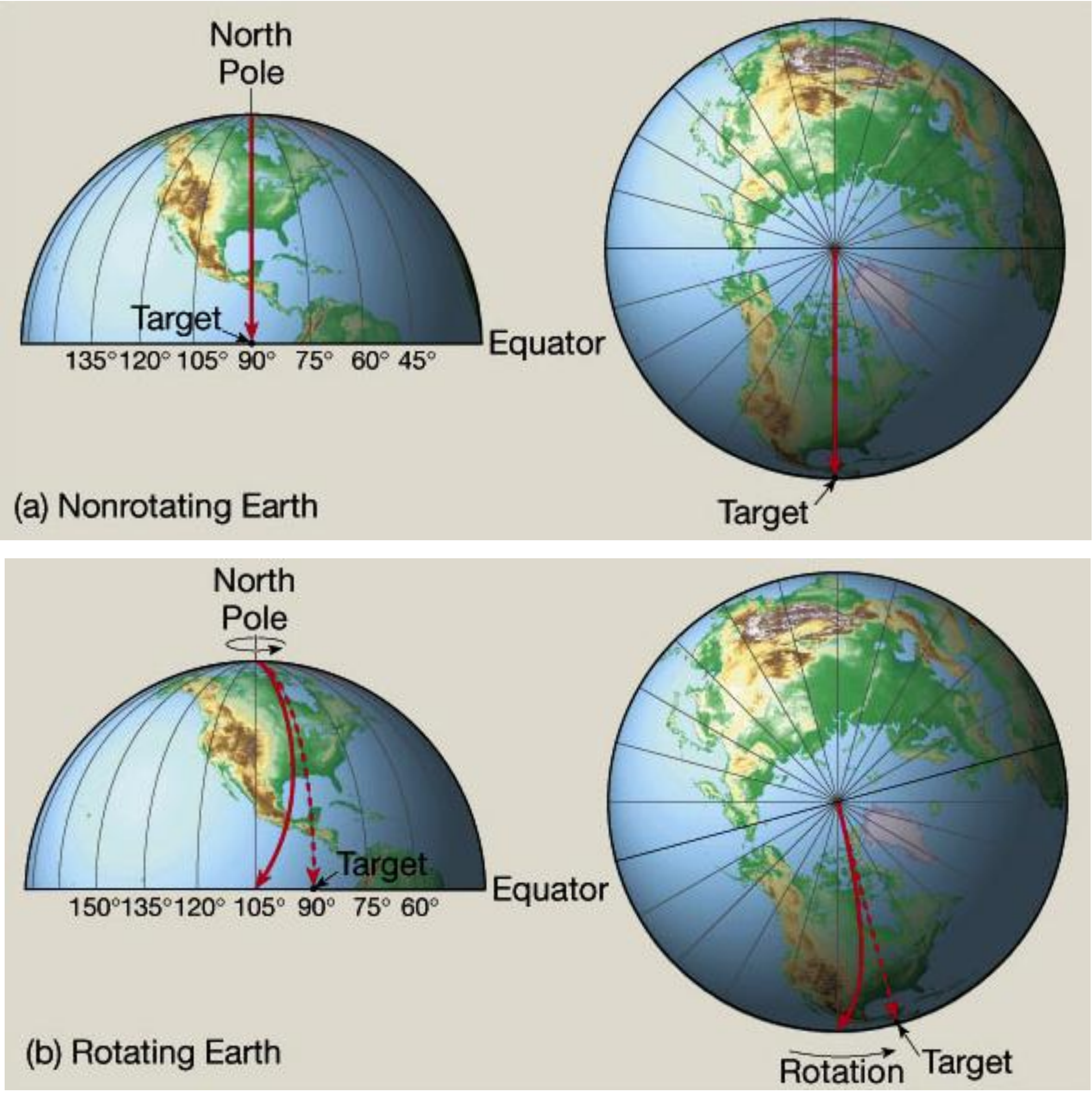
$\mathbf{f_{cf}} = \omega^2$ r cos λ **j**

Máxima en el ecuador



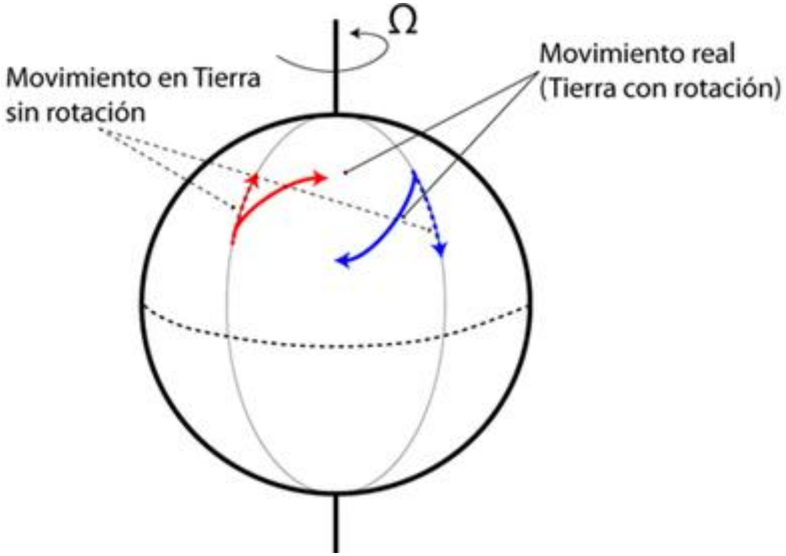
Peso = mg`

Dado que $\omega^2 R \simeq 0.003g$ **hay un 0.3% de variación entre los polos y el ecuador.**



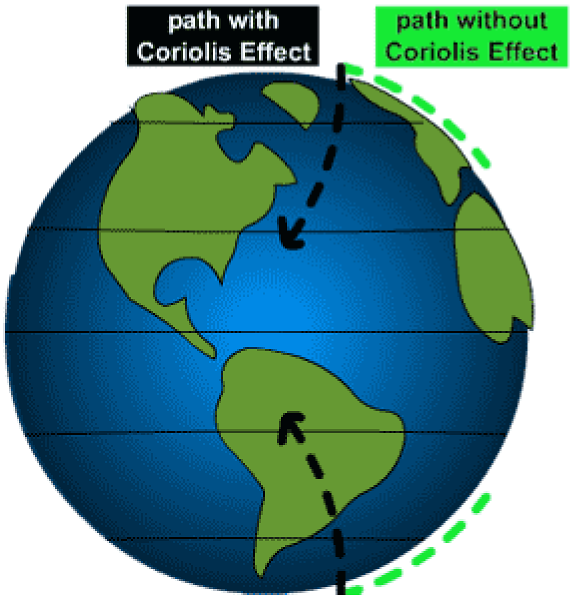
Fuerza coriolis

$$f_c = -2m\vec{w} \times \vec{v}_{xyz}$$



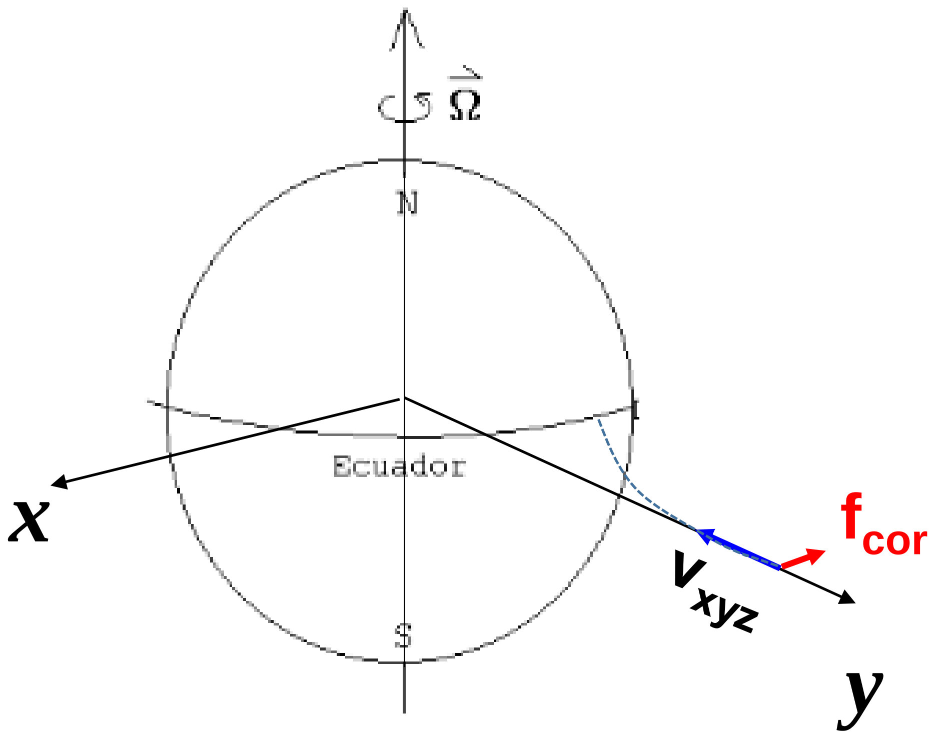
En el hemisferio norte:
En el viento que sube del sur (rojo), aparece una aceleración de Coriolis desviando hacia la derecha. En cambio, un viento que baje del norte, se desvía hacia la izquierda.

OJO: es perceptible solo en masas grandes



Fuerza coriolis

$$f_c = -2m\vec{w} \times \vec{v}_{xyz}$$



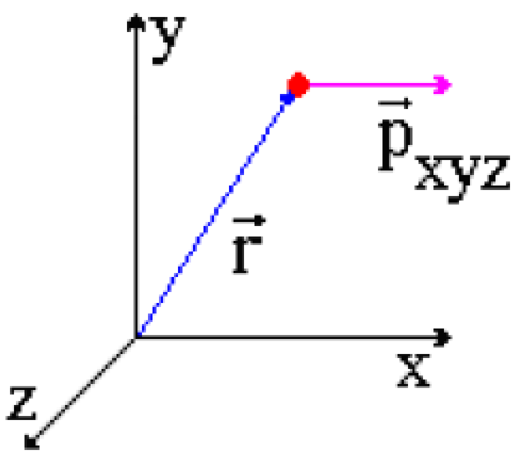
$f_{cor} \rightarrow$ **-i**

produce una aceleración en -x

Ejemplo 2: (Problema 42 guía de dinámica)
Se deja caer un cuerpo desde una altura h sobre el ecuador terrestre ¿Cuánto se desvía el cuerpo hacia el este?

Pueden terminar la guía de dinámica!

Cantidad de movimiento



$$\boxed{\vec{p}_{xyz} = m\vec{v}_{xyz}}$$

$$\boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

Resultante de las fuerzas

En un sistema aislado P_{total} = cte

Ejemplo 1 (Problema 2 guía de teoremas de conservación)
Una partícula cuya masa es de 0.2 kg se está moviendo a 0.4 m/s a lo largo del eje x, cuando choca con otra partícula, de masa 0.3 kg que se encuentra en reposo, después del choque la primera partícula se mueve a 0.2 m/s en una dirección que forma un ángulo de 40° con el eje x, determinar:

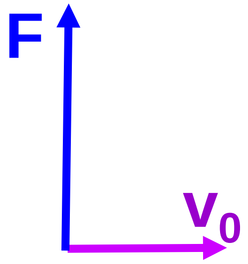
a) La magnitud y la dirección de la velocidad de la segunda partícula después del choque.

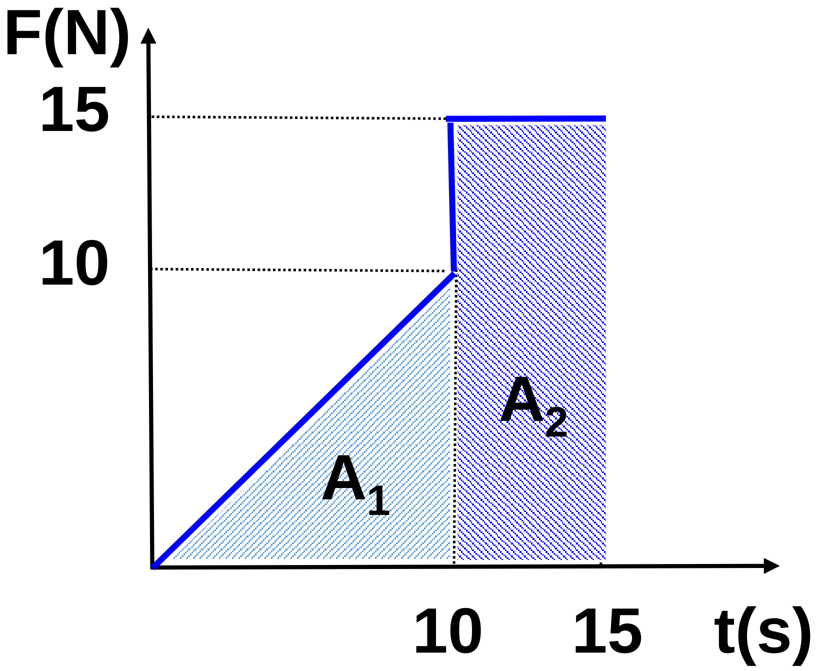
b) El cambio en la velocidad y CML de cada partícula.

c) Verificar la relación $m_2 \Delta\vec{v}_2 = -m_1 \Delta\vec{v}_1$

Ejemplo 2

Sobre una partícula de 1 Kg de masa que se mueve inicialmente con una velocidad de v_0 = 10 m/s i, actúa una fuerza en la dirección del eje y. La magnitud de la fuerza cambia con el tiempo como indica la figura. ¿Cuál será la velocidad de la partícula luego de 15 seg?





Los problemas del 1 al 7 de la guía de energía son sobre cantidad de movimiento e impulso