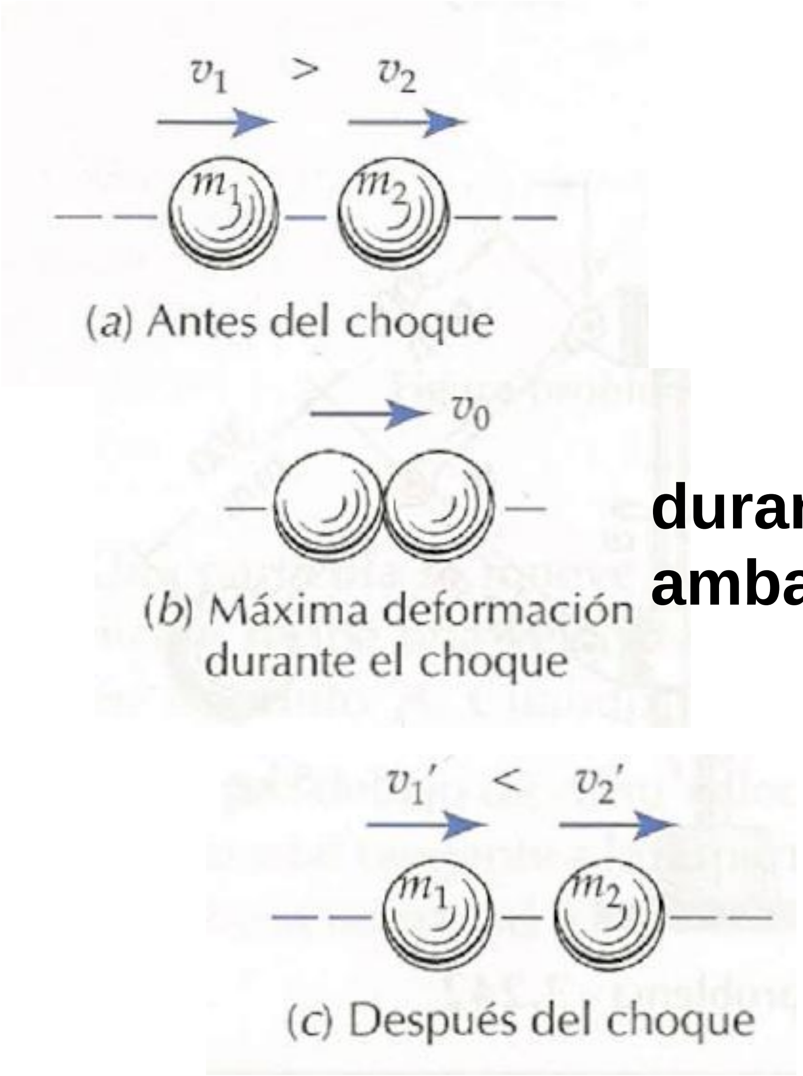
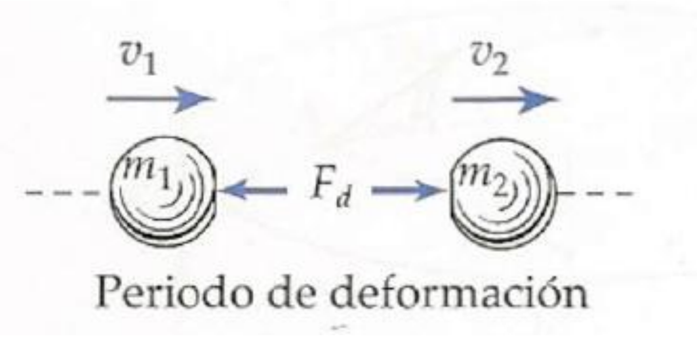
Choque central frontal



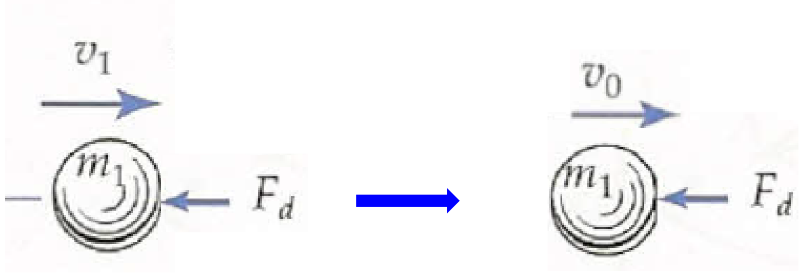
durante la máxima deformación ambas se mueven con v_0

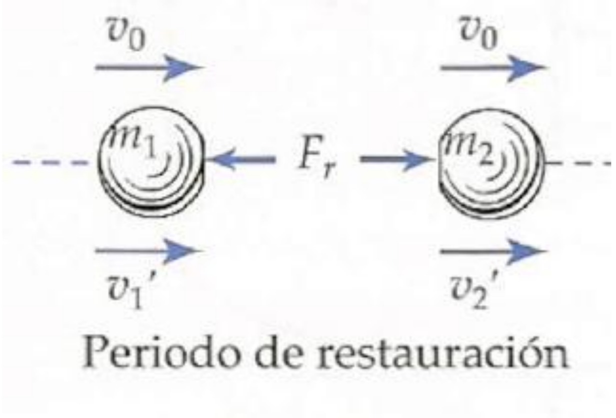


Período de deformación:

Desde que comienza la colisión hasta que se alcanza la máxima deformación

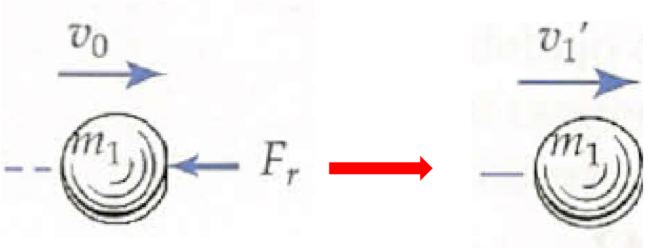
Para la masa puntual *m_1*





Período de restauración:

Desde la máxima deformación hasta que dejan de estar en contacto



$$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\, dt = \Delta \vec{p}$$

Coeficiente de restitución *e*

$$e = \frac{\int_{t_0}^{t} F_r\,dt}{\int_{t}^{t_0} F_d\,dt} = \frac{m_1[-v_1' - (-v_0)]}{m_1[-v_0 - (-v_1)]} = \frac{v_0 - v_1'}{v_1 - v_0}$$

Para la masa puntual m_2

$$e = \frac{\int_{t_0} F_r\,dt}{\int_{t}^{t_0} F_d\,dt} = \frac{m_2[-v_2' - (-v_0)]}{m_2[-v_0 - (-v_1)]} = \frac{v_2' - v_0}{v_0 - v_2}$$

$$\boxed{e = \frac{v_2' - v_1'}{v_1 - v_2} = \frac{|\text{velocidad relativa de separación}|}{|\text{velocidad relativa de acercamiento}|}}$$

El coeficiente de restitución *e* caracteriza el tipo de choque

	Tipo de choque		
	Elástico	Inelástico	Totalmente inelástico
¿Se conserva la cantidad de movimiento?	**Sí**	**Sí**	**Sí**
¿Se conserva la energía?	**Sí**	**No**	**No**

Ejemplo 1

Considere el choque elástico entre dos partículas, estando una de ellas inicialmente en reposo

Choque central oblicuo

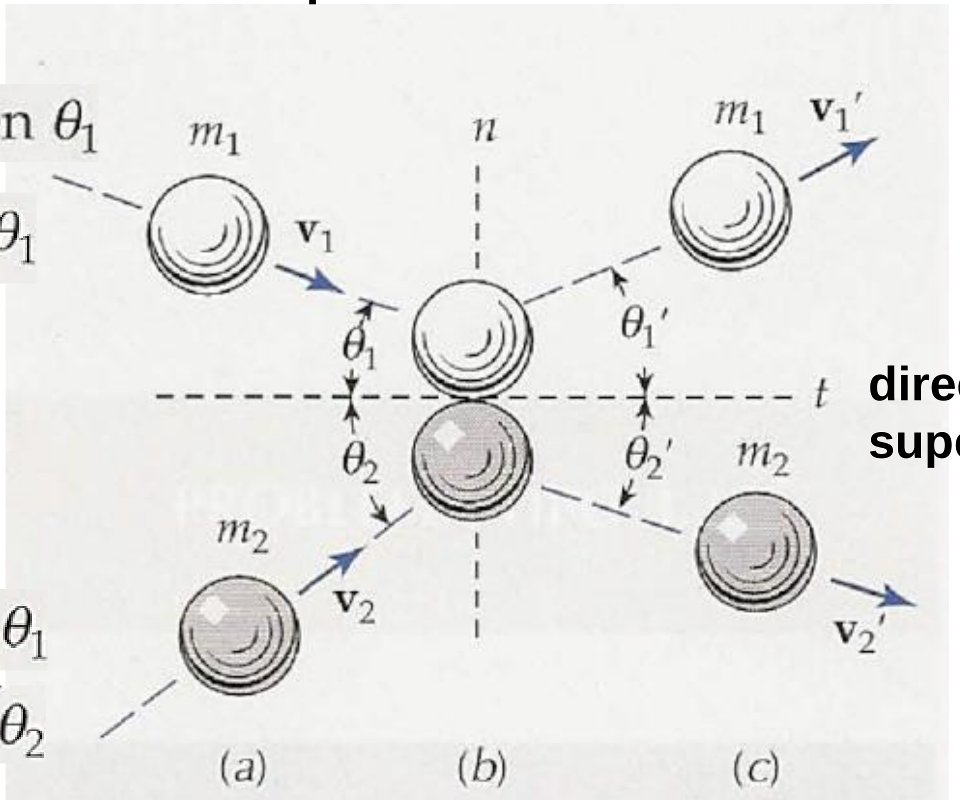
dirección normal a la superficie de contacto

$(v_1)_n = -v_1 \text{ sen } \theta_1$

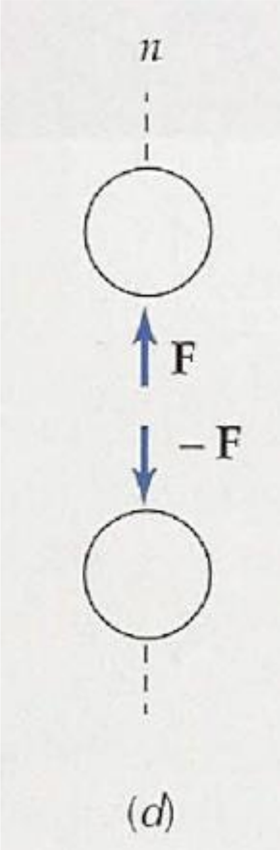
$(v_1)_t = v_1 \cos \theta_1$

$(v_2)_n = v_1 \text{ sen } \theta_1$

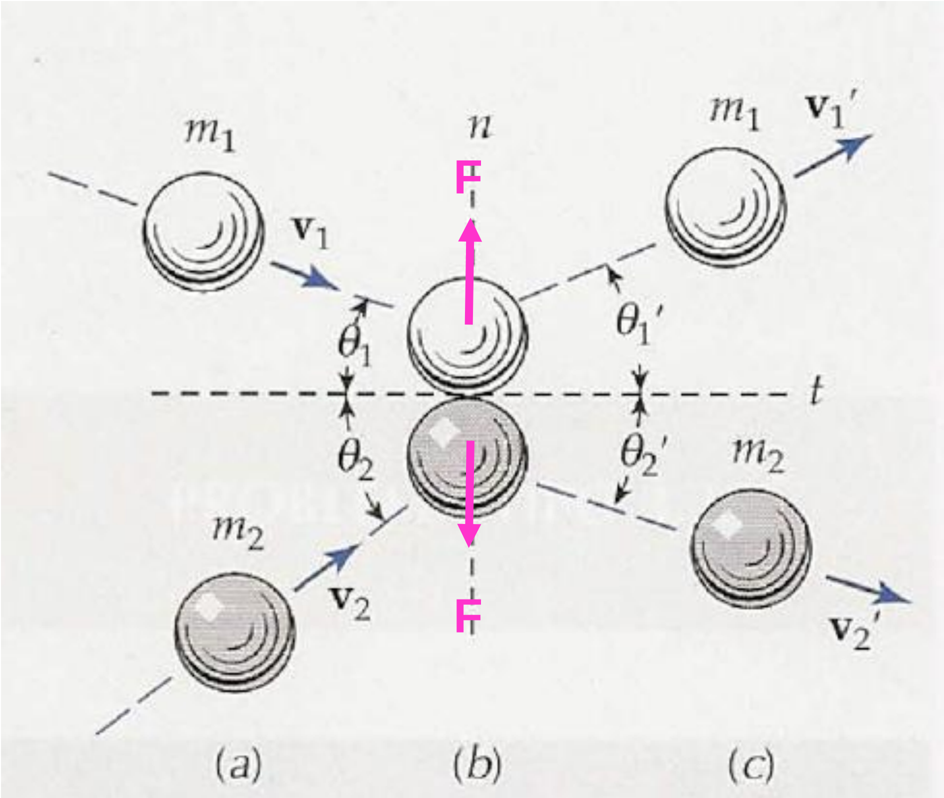
$(v_2)_t = v_2 \cos \theta_2$



dirección tangente a la superficie de contacto



fuerzas impulsivas solo en la dirección normal



$$\boxed{F_{ext} = 0 \rightarrow P_{tot} = cte}$$

se conserva P_{tot} en la dirección n

$$m_1(v_1)_n + m_2(v_2)_n = m_1(v_1')_n + m_2(v_2')_n$$

en la dirección t se conserva además la p individual (por no haber fuerzas impulsivas en esa dirección)

$$m_1(v_1)_t = m_1(v_1')_t$$
$$m_2(v_2)_t = m_2(v_2')_t$$

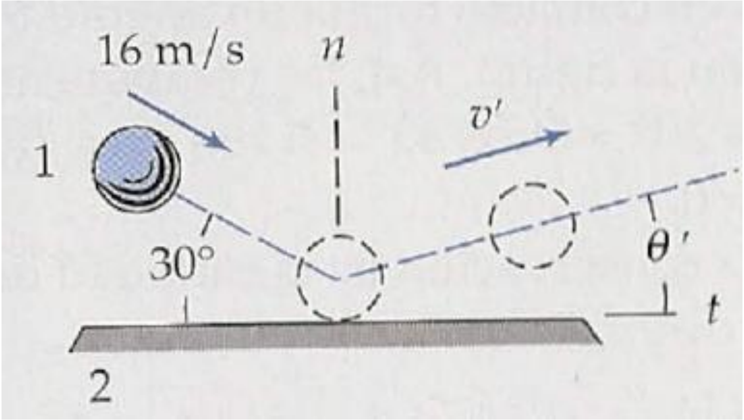
Se calcula el <u>coeficiente de restitución</u> con las componentes de la velocidad en la <u>dirección normal</u> (solo en esa dirección hay fuerzas impulsivas)

$$e = \frac{(v_2')_n - (v_1')_n}{(v_1)_n - (v_2)_n}$$

Ejemplo 1:

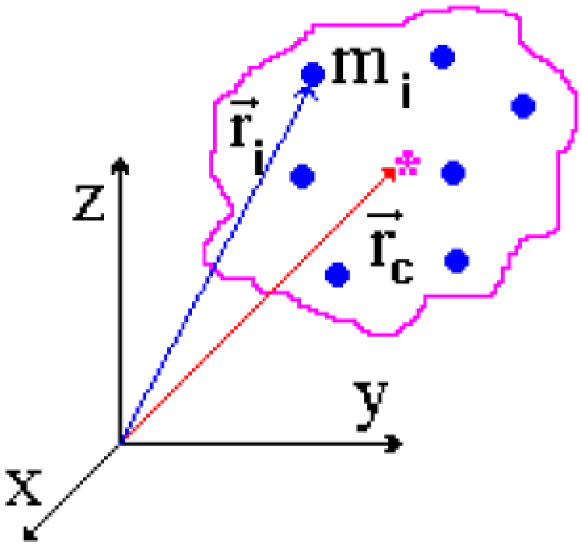
Sobre una placa metálica de gran masa se lanza una esfera de acero a la velocidad de 16 m/s con un ángulo de 30°, siendo 0,5 el coeficiente de restitución entre la esfera y la placa. Calcular la velocidad v´ y el ángulo de rebote

$$e = \frac{(v_2')_n - (v_1')_n}{(v_1)_n - (v_2)_n}$$



Sistemas de partículas

Centro de masa



$$\boxed{\vec{r}_c = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}}$$

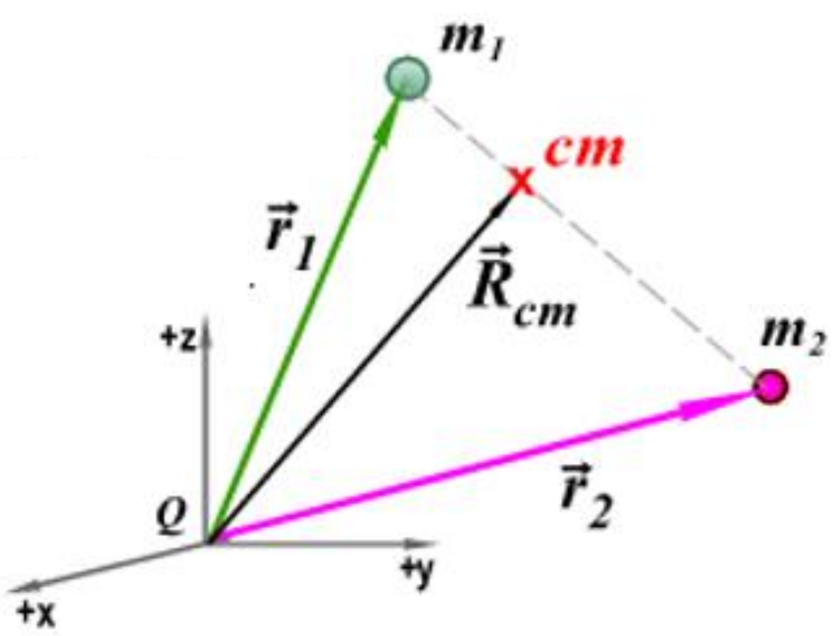
vector posición del centro de masa de un sistema de partículas respecto al Sistema de Referencia en consideración

Centro de masa

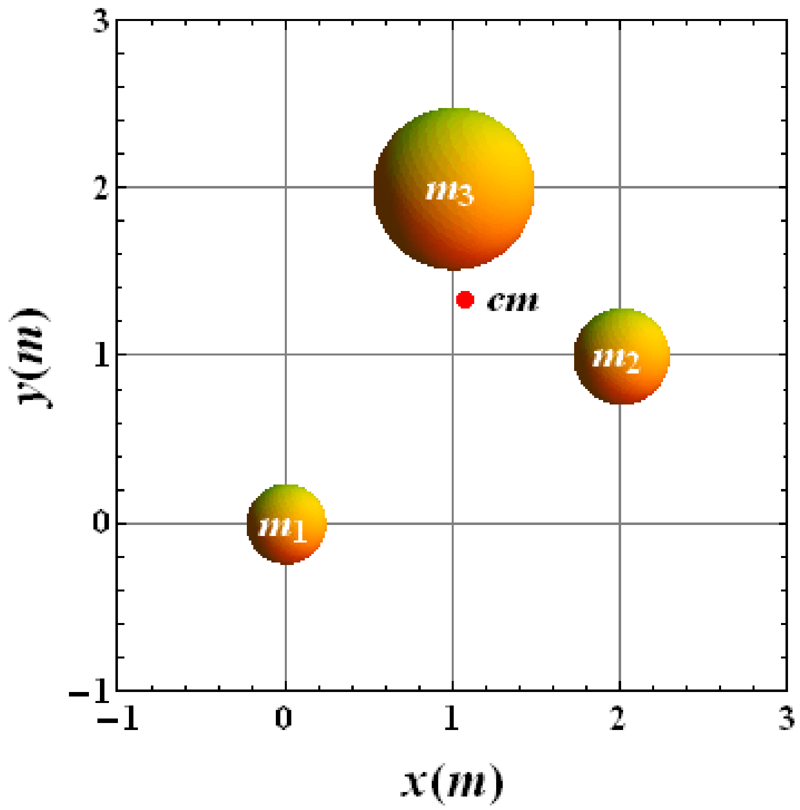
$$\vec{r}_c = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$$

Para dos partículas

en la línea que une a las dos partículas mas cercano a la de mayor masa (en este caso $m_1 > m_2$)

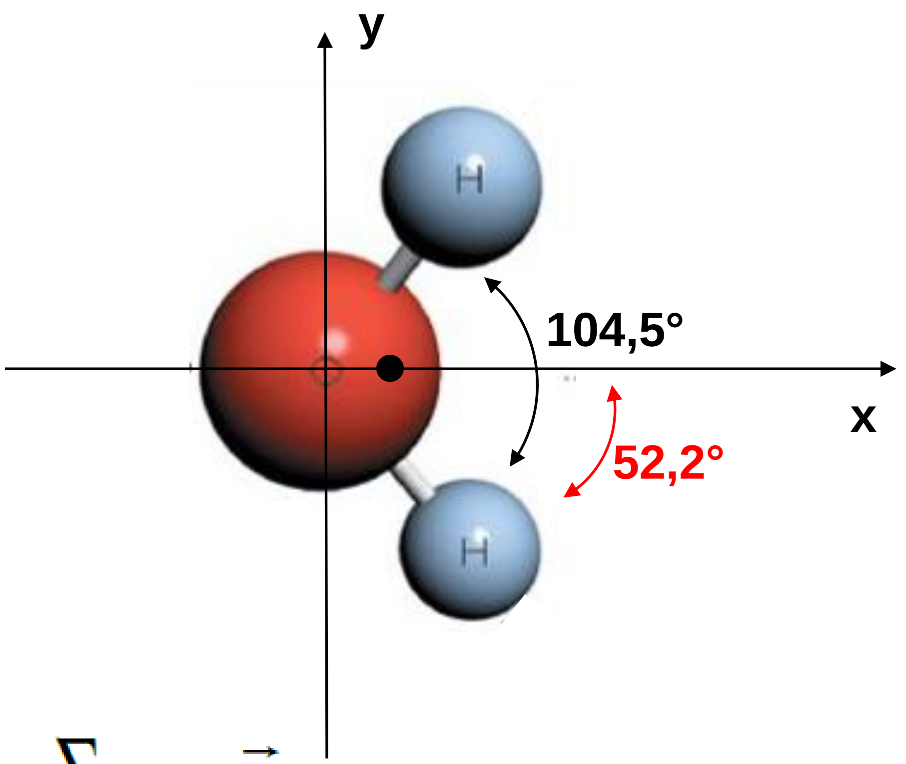


Para más partículas



Ejemplo 2

calculemos el centro de masa de una molécula de agua



$m_O = 16$ u

$m_H = 1$ u

distancia O-H = 0.96 Å

$$\vec{r}_c = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$$

$$\boxed{\vec{r}_c = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}}$$

vector posición del centro de masa

$$\vec{v}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt} \qquad \boxed{\vec{v}_c = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{m}}$$

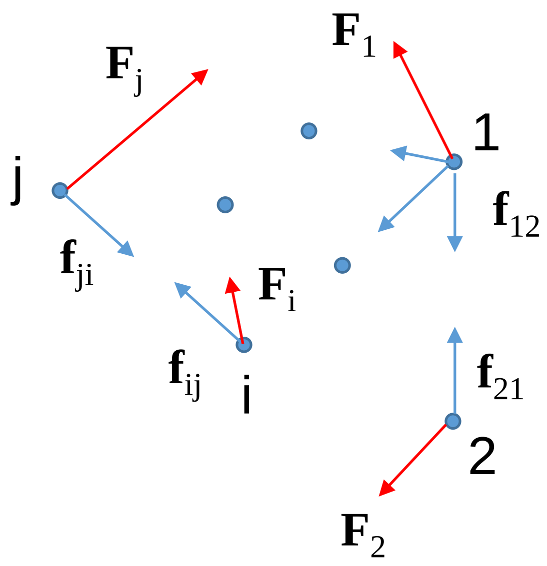
vector velocidad del centro de masa

Masa total del sistema ($\sum m_i$)

$$\vec{a}_c = \frac{d\vec{v}_c}{dt} \qquad \boxed{\vec{a}_c = \frac{\sum m_i \vec{a}_i}{m}}$$

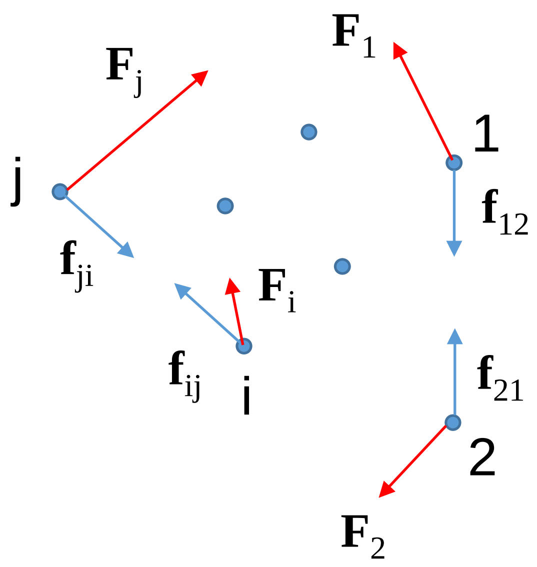
vector aceleración del centro de masa

Dinámica de Sistemas de partículas



fuerzas internas → resultan de la interacción mutua entre las partículas que forman el sistema (subíndice doble)

fuerzas externas → resultan de la interacción entre las partículas que forman el sistema con cuerpos que no forman parte del mismo (un único subíndice).



ecuación de movimiento para la partícula (1) $\quad \sum_{j\neq 1}^{N} \mathbf{f}_{1j} + \mathbf{F}_1 = m_1\mathbf{a}_1$

$+$

para (2) $\quad \sum_{j\neq 2}^{N} \mathbf{f}_{2j} + \mathbf{F}_2 = m_2\mathbf{a}_2$

$+$

para (i) $\quad + \sum_{j\neq i}^{N} \mathbf{f}_{ij} + \mathbf{F}_i = m_i\mathbf{a}_i$

$$\sum_{i}^{N}\sum_{j}^{N} \mathbf{f}_{ij} + \sum_{i}^{N} \mathbf{F}_i = \sum_{i}^{N} m_i\mathbf{a}_i$$

$$\sum_i^N \sum_j^N \mathbf{f}_{ij} = \cancel{\mathbf{f}_{12}} + \mathbf{f}_{13} + \mathbf{f}_{14} + \cdots + \cancel{\mathbf{f}_{21}} + \mathbf{f}_{23} + \cdots . = 0$$

x pares acción reacción

$$\sum \vec{F}_i = \sum m_i \vec{a}_i$$

Resultante de las fuerzas externas $\longrightarrow$

$$\vec{F} = \sum m_i \vec{a}_i$$

$$\vec{F} = \sum m_i \vec{a}_i$$

de la definición del vector aceleración del Centro de Masa

$$\vec{a}_c = \frac{\sum m_i \vec{a}_i}{m}$$

$$\boxed{\vec{F} = m\,\vec{a}_c}$$

Ecuación de Movimiento para el Centro de Masa de un Sistema de partículas

Resultante de las fuerzas externas

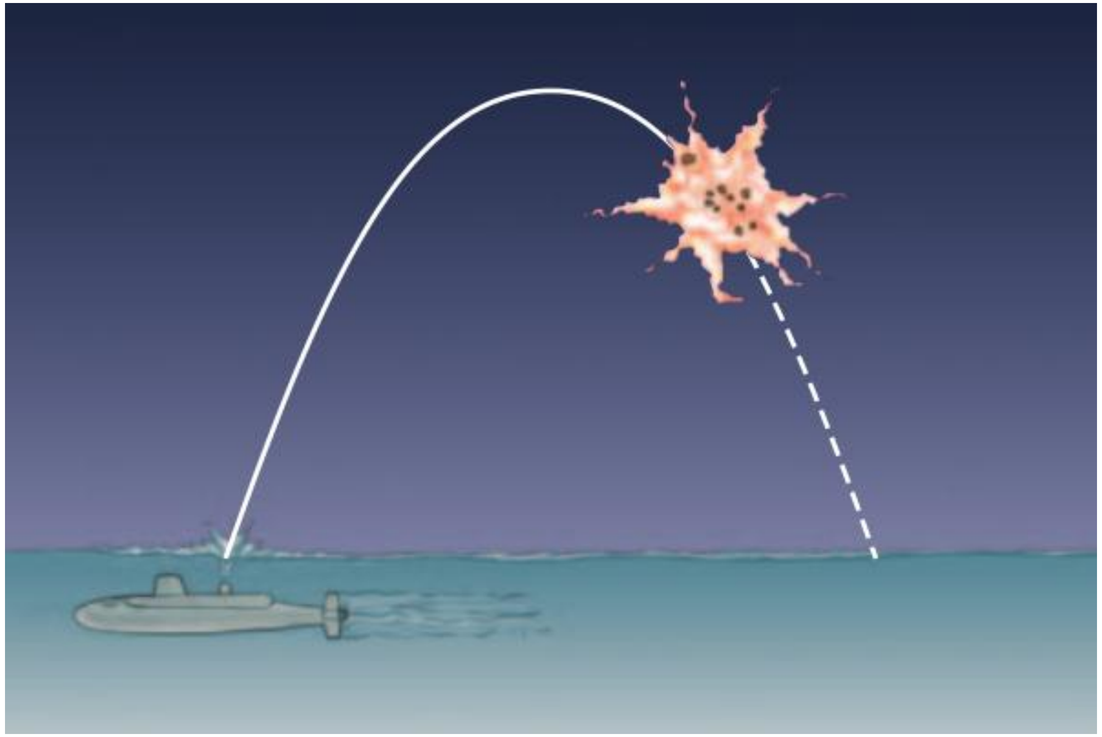
aceleración del c.m.

Los **cambios en el estado de movimiento del centro de masa** de un sistema, caracterizados por su vector aceleración, estarán directamente vinculados con la resultante de las **fuerzas externas**, como si estuvieran aplicadas en dicho punto y como si la totalidad de la masa del sistema estuviera concentrada en él.

Las **fuerzas internas no pueden modificar** el estado de **movimiento del centro de masa** de un sistema, independiente de que estas modifiquen o no el estado de movimiento de alguna de las partículas que integran el mencionado sistema.

Se dispara un proyectil que explota en varios fragmentos ¿Qué se puede decir sobre el movimiento del centro de masa del sistema del sistema formado por los fragmentos luego de la explosión?

Sistema de partículas → fragmentos del proyectil

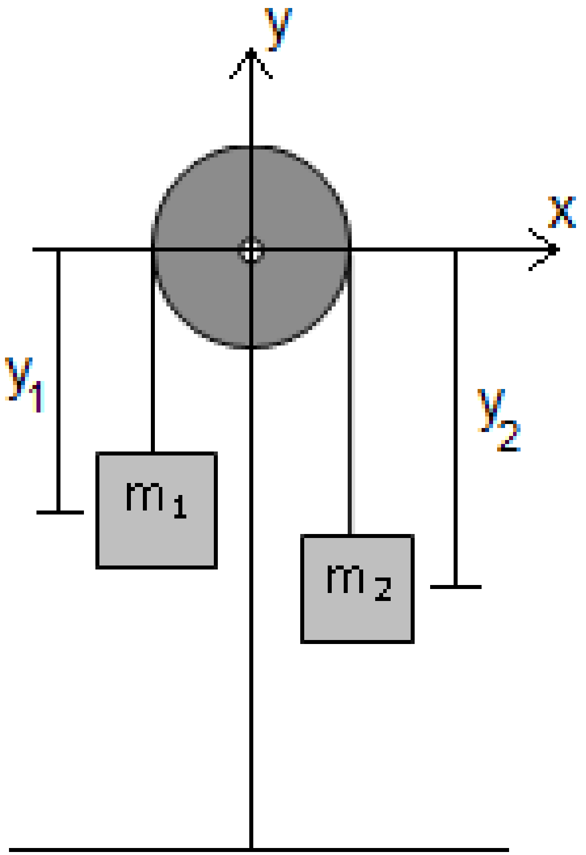


fuerza externa → fuerza gravitatoria

trayectoria del c. m.→ parabólica

Tener en cuenta en Problema 8 de la guía

Ejemplo 3: (Problema 5 de la guía de sistemas de partículas)
Las masas de la figura están inicialmente en reposo. Suponiendo que m_1 es igual a 2 m_2, y que el radio de la polea fija es R; determine:
a) La posición del CM del sistema .
b) La aceleración del CM.
c) La velocidad del CM.
d) Grafique la trayectoria del CM.



Resumen cinemática dinámica

$$\vec{r}_c = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i} \qquad \vec{F} = m\,\vec{a}_c$$

$$\vec{v}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt} \qquad \vec{v}_c = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{m}$$

$$\vec{a}_c = \frac{d\vec{v}_c}{dt} \qquad \vec{a}_c = \frac{\sum m_i \vec{a}_i}{m}$$

Vector cantidad de movimiento

$\vec{P} = \sum m_i \vec{v}_i$ de antes velocidad del c. m. $\vec{v}_c = \dfrac{\sum m_i \vec{v}_i}{m}$

$\boxed{\vec{P} = m\vec{v}_c}$

$$\boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}}$$

calculado en un SRInercial

Resultante de las fuerzas <u>externas</u>

Los **cambios en la cantidad de movimiento** del sistema, estarán vinculados con la resultante de las **fuerzas externas**, las fuerzas internas no pueden cambiar la cantidad de movimiento total del sistema

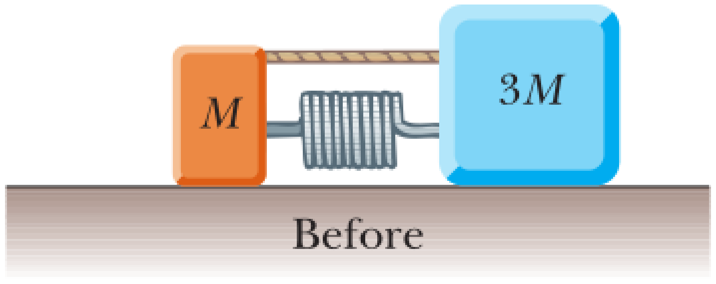
si la resultante de las fuerzas externas a que está sometido un sistema permanece nula, la cantidad de movimiento del sistema permanecerá constante

$$\vec{F} = 0 \rightarrow \vec{P} = cte \quad \therefore \quad \vec{P} = \vec{P}_o \quad \therefore \quad \sum m_i \vec{v}_i = \vec{P}_o$$

Ejemplo 4:

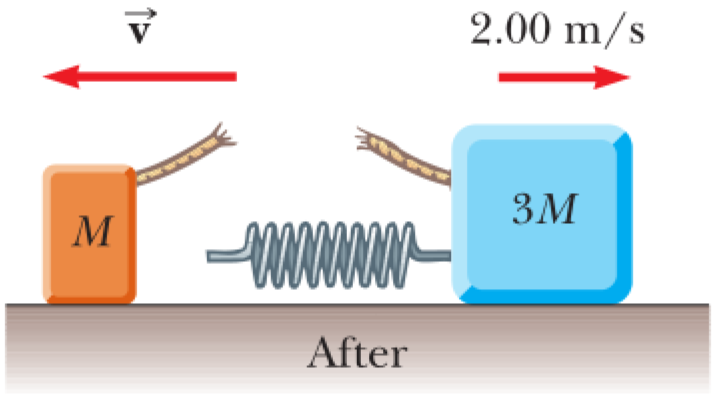
Dos bloques de masas M y 3 M están sobre una superficie libre de rozamiento. Ambos interactúan con un resorte, inicialmente comprimido mediante una cuerda que sujeta ambos cuerpos.

Suponiendo que la cuerda se rompe dejando al sistema en libertad y que luego de esto el bloque de masa 3M se mueve a la derecha con una velocidad de 2m/s.



(a)

¿Cuál es la velocidad del bloque de masa m?



¿Cuál es la velocidad del centro de masa del sistema en el instante inicial y cuál en el instante final?