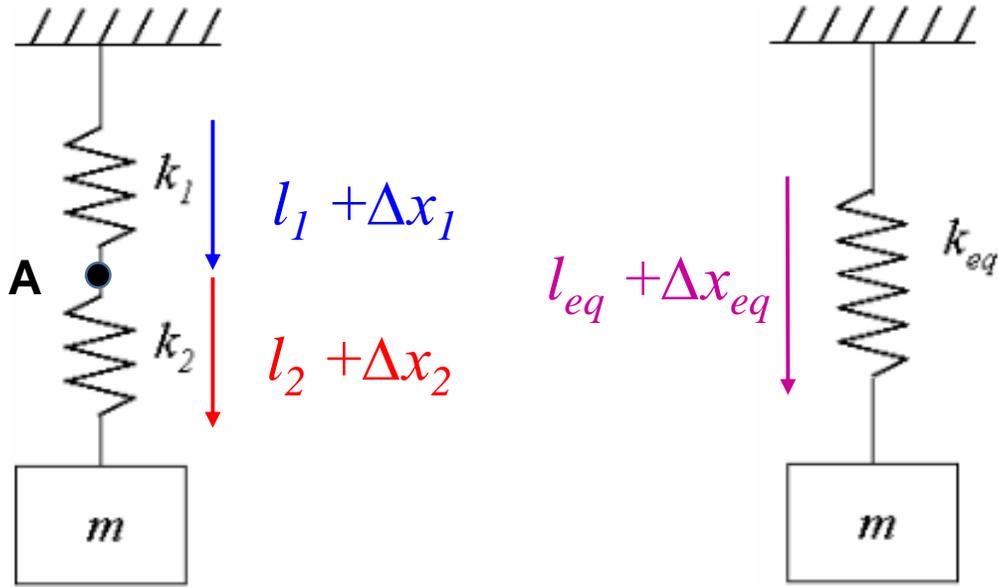


Combinación de resortes en serie y paralelo

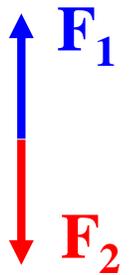
$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{eq}}{m}}$$

Resortes en serie - Sistema en equilibrio



$$\Delta x_{eq} = \Delta x_1 + \Delta x_2 \quad (1)$$

Nudo A



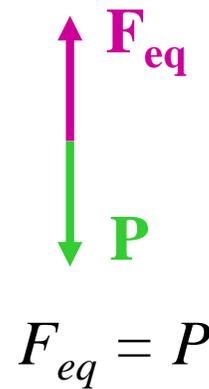
$$F_1 = F_2$$

Masa m (k_1 y k_2)



$$F_2 = P$$

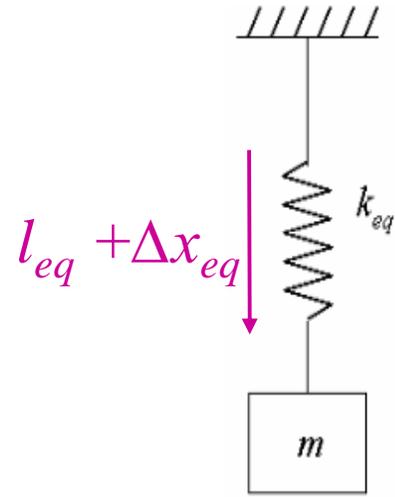
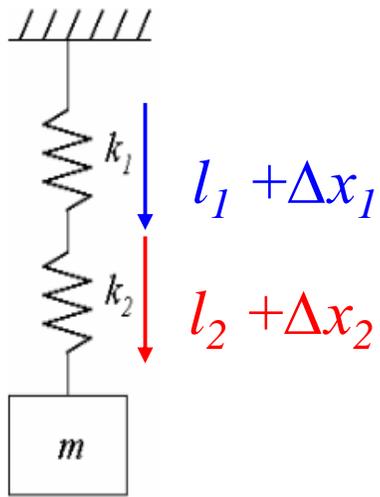
Masa m (k_{eq})



$$F_{eq} = P$$

$$F_1 = F_2 = F_{eq} = P$$

Resortes en serie - Sistema en equilibrio



$$F_1 = F_2 = F_{eq} = P$$

$$F_1 = k_1 \Delta x_1 = P \rightarrow \Delta x_1 = P / k_1$$

$$F_2 = k_2 \Delta x_2 = P \rightarrow \Delta x_2 = P / k_2$$

$$F_{eq} = k_{eq} \Delta x_{eq} = P \rightarrow \Delta x_{eq} = P / k_{eq}$$

En (1)

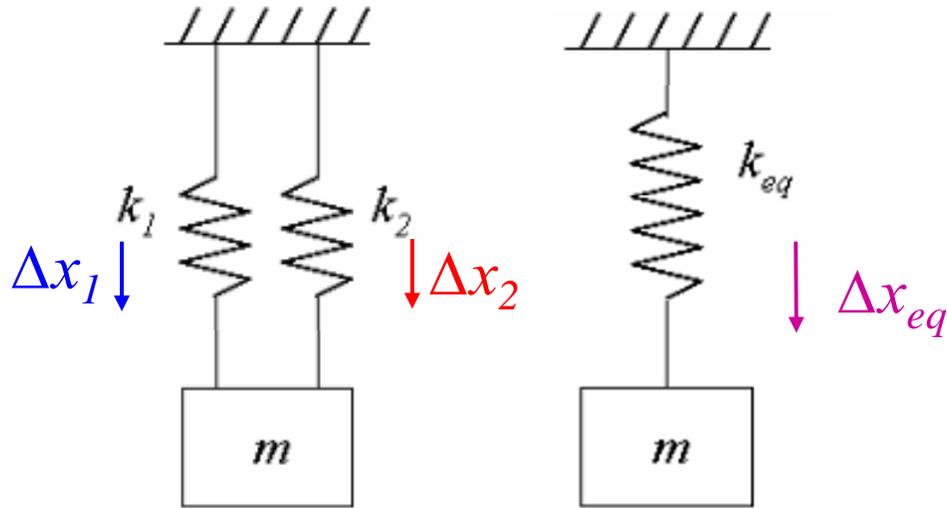
$$\Delta x_{eq} = \Delta x_1 + \Delta x_2$$

$$\frac{P}{k_{eq}} = \frac{P}{k_1} + \frac{P}{k_2}$$

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

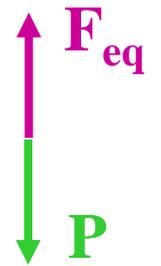
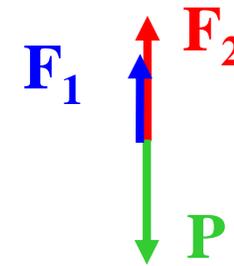
$$k_{eq} = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

Resortes en paralelo - Sistema en equilibrio



Asumimos todos los resortes de igual longitud propia Masa m (k_1 y k_2) Masa m (k_{eq})

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 = \Delta x_{eq}$$



$$F_1 = k_1 \Delta x_1 = k_1 \Delta x$$

$$F_2 = k_2 \Delta x_2 = k_2 \Delta x$$

$$F_{eq} = k_{eq} \Delta x_{eq} = k_{eq} \Delta x$$

en (1)

$$k_1 \Delta x + k_2 \Delta x = k_{eq} \Delta x$$

$$k_{eq} = k_1 + k_2$$

$$F_1 + F_2 = P$$

$$F_{eq} = P$$

$$F_1 + F_2 = F_{eq} \quad (1)$$

La constante elástica equivalente de un sistema en paralelo es siempre mayor que la mas grande de las constantes de los resortes que integran el paralelo

Ejemplo 1

Hallar la constante elástica equivalente de dos resortes idénticos de constante elástica k , cuando son conectados en serie y en paralelo. En cada caso relacionar la frecuencia vibracional de la combinación de resortes con la frecuencia del resorte individual

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

paralelo

$$k_{eq} = k_1 + k_2$$

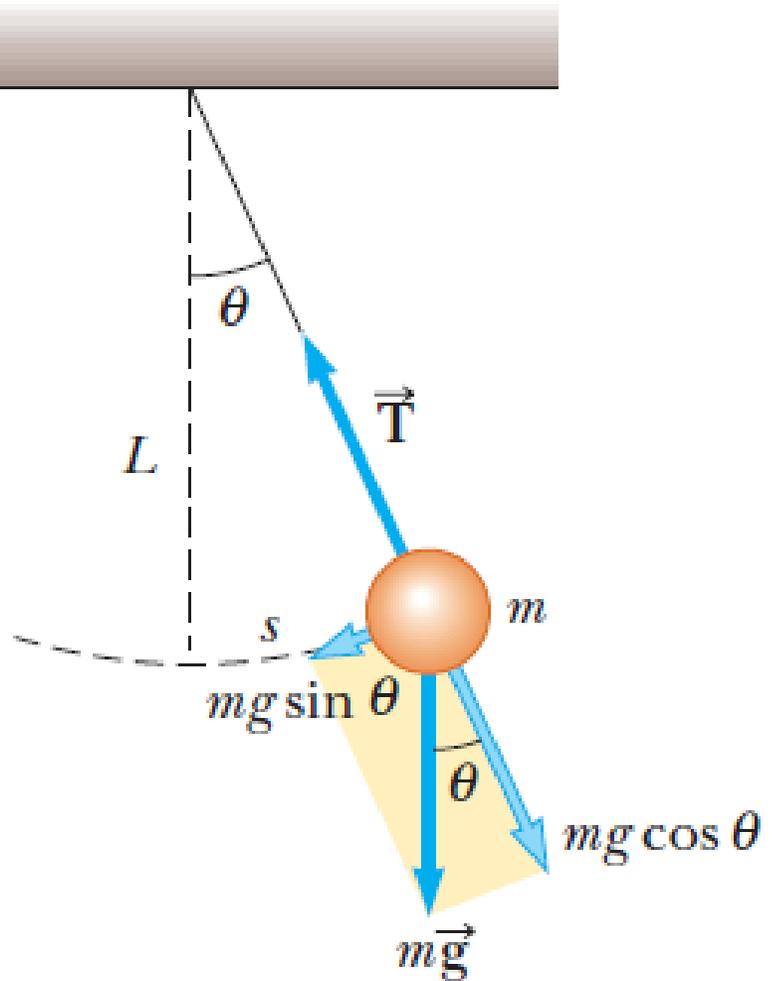
serie

$$k_{eq} = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

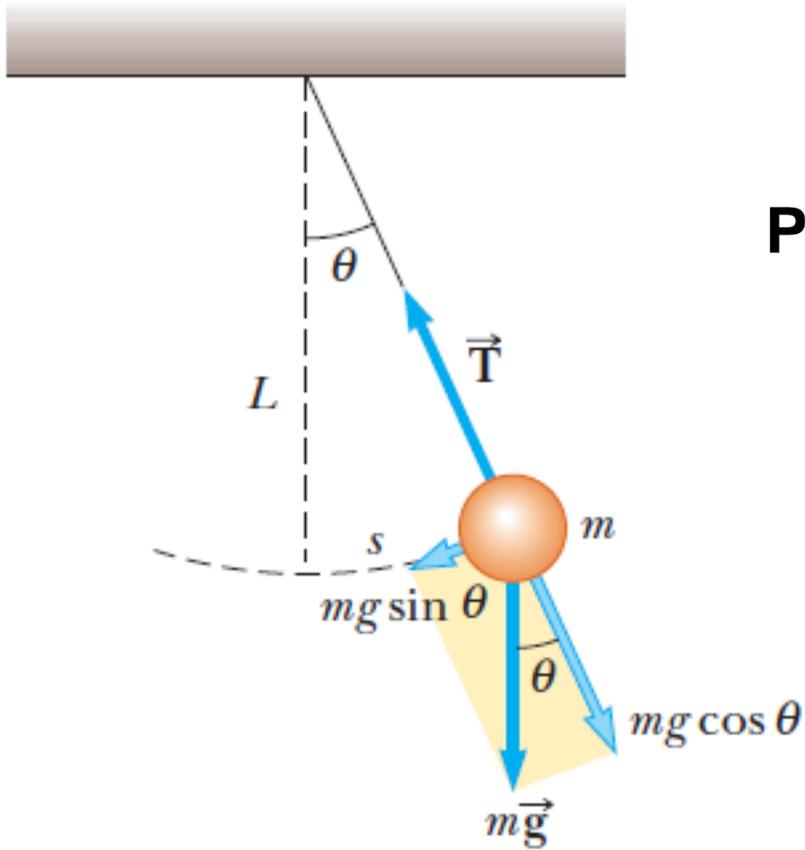
Péndulo simple

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L} \sin \theta$$

Para pequeñas oscilaciones $\sin \theta \approx \theta$



Angle in Degrees	Angle in Radians	Sine of Angle
0°	0.000 0	0.000 0
1°	0.017 5	0.017 5
2°	0.034 9	0.034 9
3°	0.052 4	0.052 3
5°	0.087 3	0.087 2
10°	0.174 5	0.173 6
15°	0.261 8	0.258 8
20°	0.349 1	0.342 0
30°	0.523 6	0.500 0



$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L} \sin \theta$$

Para pequeñas oscilaciones $\sin \theta \approx \theta$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L} \theta$$

MAS

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

El periodo y la frecuencia solo dependen de la longitud del péndulo y de g , **no dependen de la masa!!!!**

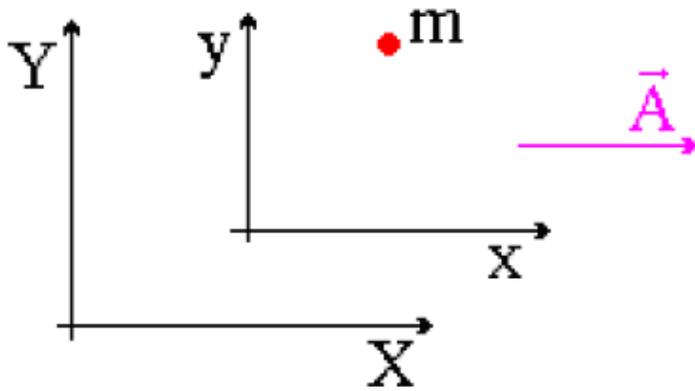
Ni de las condiciones iniciales!!!!

Sistemas de referencia en traslación relativa

Un **Sistema de Referencia es Inercial** cuando experimentalmente se verifica que el vector aceleración una partícula determinado respecto de dicho sistema, está relacionado con la resultante de las fuerzas de interacción a que se encuentra sometido mediante la ecuación

$$\vec{F} = m \vec{a}_{XYZ}$$

si experimentalmente se verifica que dichas magnitudes no se encuentran relacionadas mediante una ecuación así, diremos que se trata de un **Sistema de Referencia No Inercial**

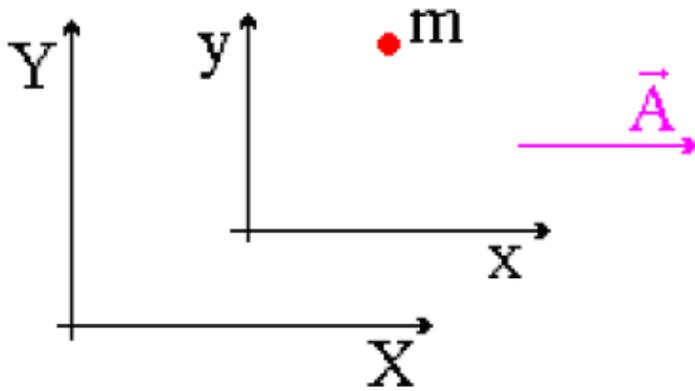


$XYZ \rightarrow$ **Sistema de Ref. Inercial (SRI)**

$xyz \rightarrow$ **Sistema que traslada respecto al SRI con aceleración A**

Como XYZ es un SRI, el vector aceleración de una partícula determinado respecto de dicho sistema, estará relacionado con la resultante de las fuerzas de interacción a que se encuentra sometida, mediante

$$\vec{F} = m \vec{a}_{XYZ}$$



$XYZ \rightarrow$ **Sistema de Ref. Inercial (SRI)**

$xyz \rightarrow$ **Sistema que traslada respecto al SRI con aceleración A**

$$\vec{F} = m \vec{a}_{XYZ}$$

de cinemática sabíamos

aceleración del SR xyz respecto al SRI XYZ

$$\vec{a}_{XYZ} = \vec{A}_{XYZ} + \vec{a}_{xyz}$$

aceleración de la partícula en SRI XYZ

aceleración de la partícula en xyz

$$\vec{F} = m \vec{a}_{xyz} + m \vec{A}_{XYZ}$$

No coincide con la ley de Newton

$xyz \rightarrow$ **Sistema de Referencia NO Inercial SRNI**

$$\vec{F} = m \vec{a}_{xyz} + m \vec{A}_{XYZ}$$

$$\vec{F} + (-m \vec{A}_{XYZ}) = m \vec{a}_{xyz}$$

Todos los sistemas que se trasladen con velocidad constante respecto de un sistema inercial, serán también inerciales

aceleración de la partícula medida en SRNI xyz

$$\vec{f}^* = -m \vec{A}_{XYZ}$$

fuerza inercial

aceleración del SRNI xyz

$$\vec{F} + \vec{f}^* = m \vec{a}_{xyz}$$

NO es una fuerza,

- NO está asociado con ningún mecanismo de interacción
- NO satisface el principio de acción y reacción
- Depende del SR
- en un SRNI produce efectos dinámicos similares a los de las fuerzas de interacción

aceleración del SRNI xyz

fuerza inercial

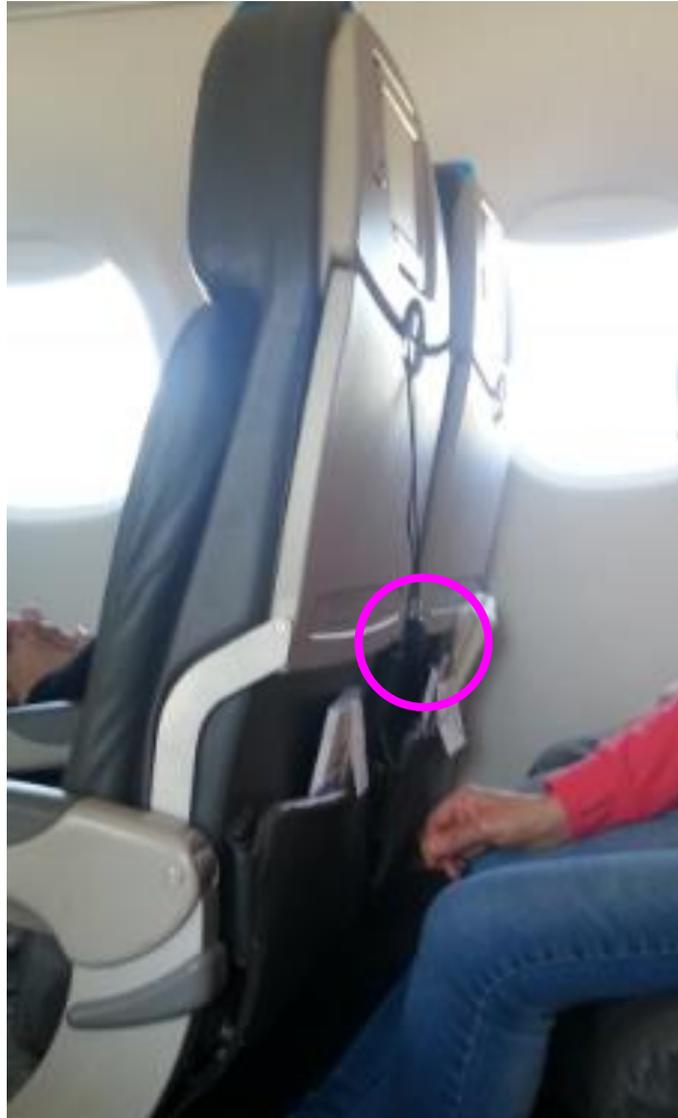
$$\vec{f}^* = -m\vec{A}_{XYZ}$$

$$\vec{F} + \vec{f}^* = m\vec{a}_{xyz}$$

aceleración de la partícula
medida en SR NO INERCIAL

resultante de las fuerzas de interacción

En el avión... antes del despegue!



A_{avion}



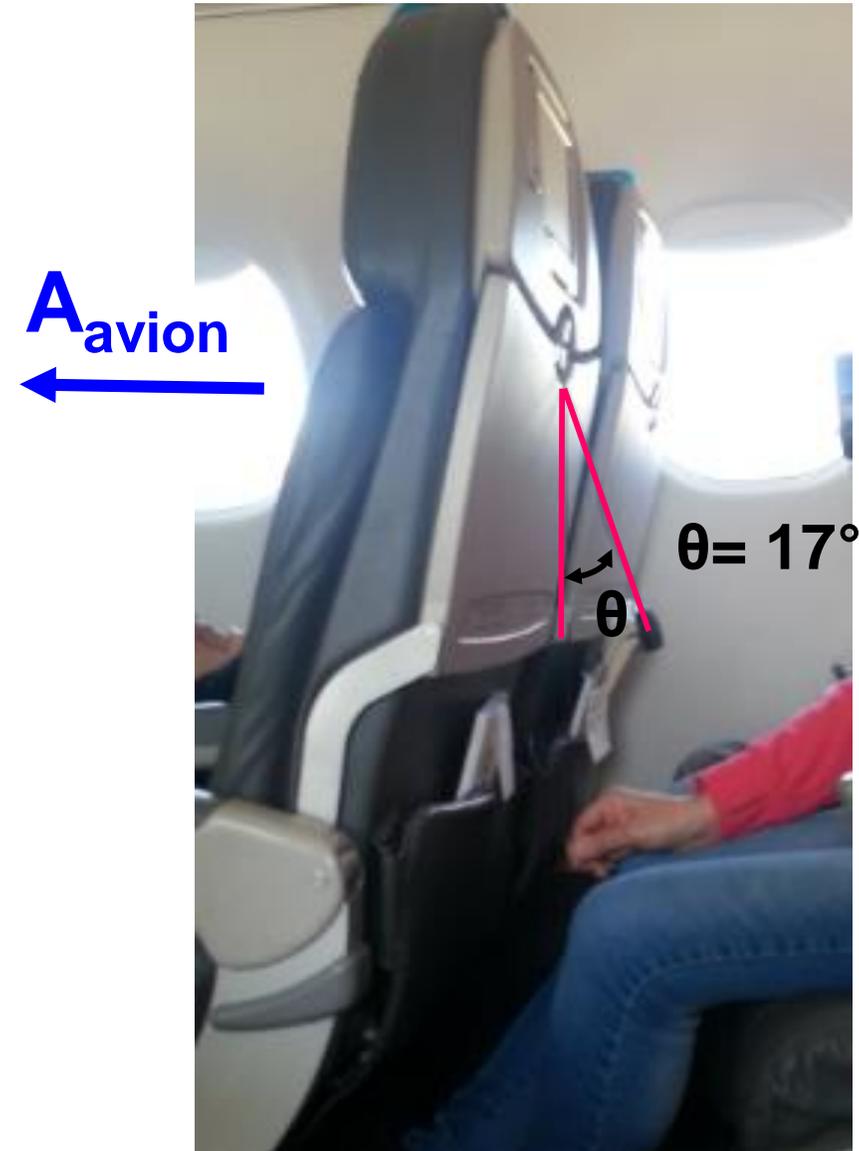
Ejemplo 2 A partir del ángulo de inclinación del péndulo, estimar la aceleración del avión antes de despegar

fuerza inercial $\vec{f}^* = -m\vec{A}_{XYZ}$

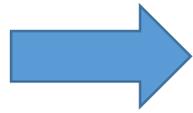
$$\vec{F} + \vec{f}^* = m\vec{a}_{xyz}$$

aceleración de m en SR NO INERCIAL

resultante de las fuerzas de interacción



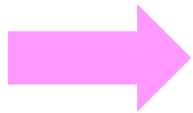
Dado un problema **uno elige** si resuelve desde



Sistema de Referencia INERCIAL

ley de Newton

$$\vec{F} = m \vec{a}_{XYZ}$$



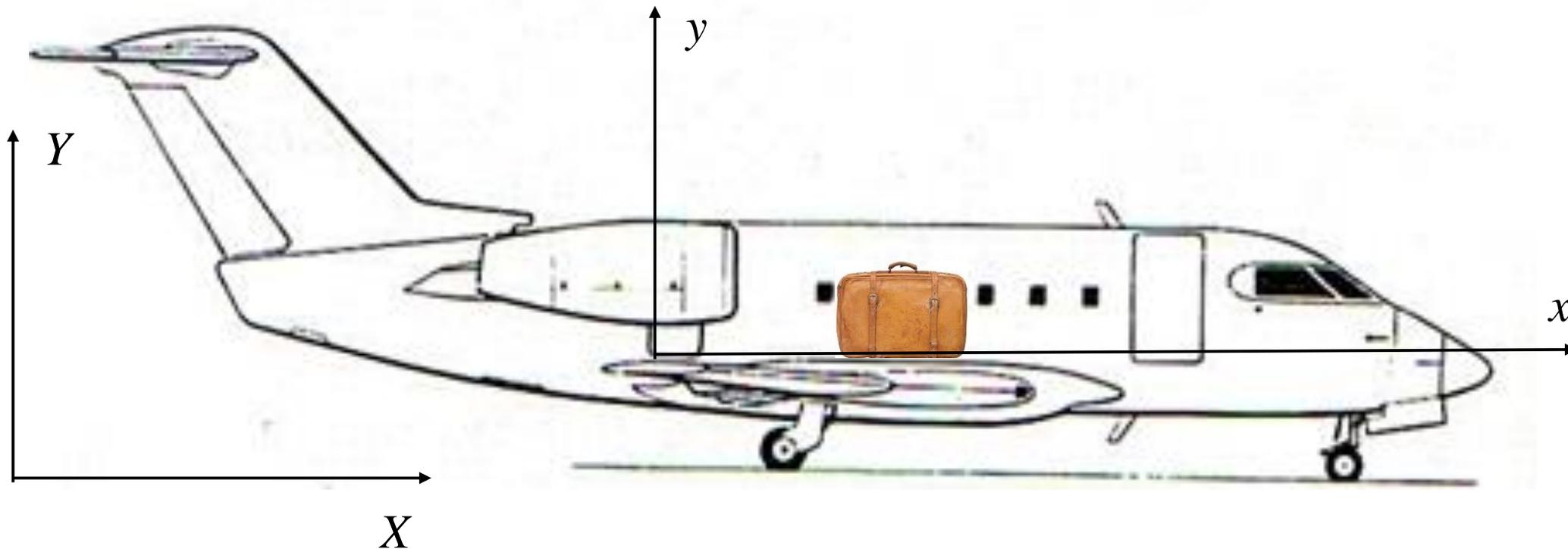
Sistema de Referencia NO INERCIAL

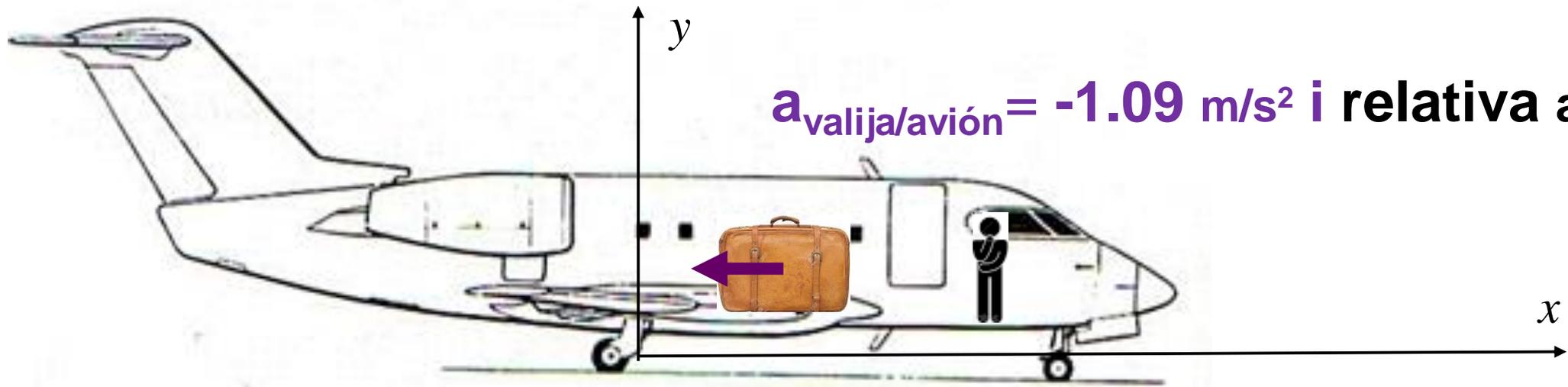
fuerzas inerciales

$$\vec{F} + \vec{f}^* = m \vec{a}_{xyz}$$

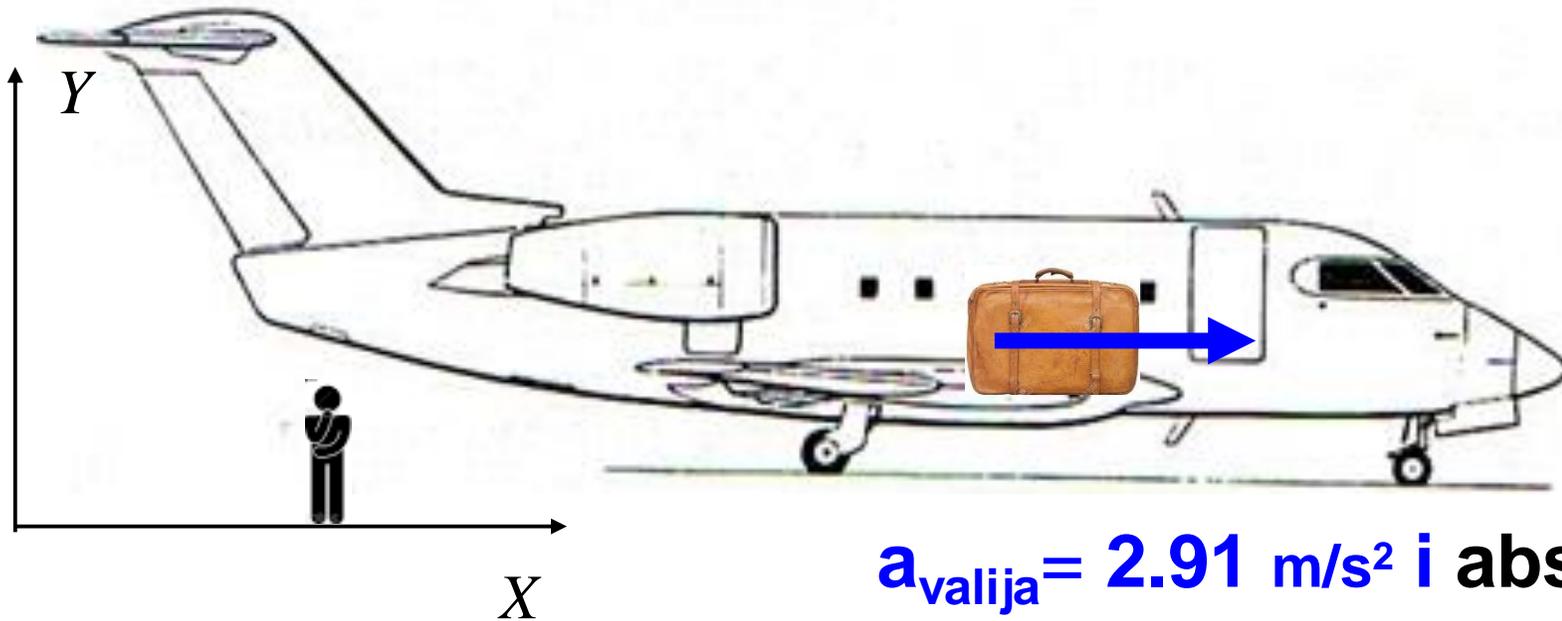
Ejemplo 3

Una valija se encuentra en el piso de un avión que avanza por la pista de despegue con una aceleración de unos 4 m/s^2 . Si el coeficiente de rozamiento de la valija con el pasillo es de $0,3$, determine la aceleración con que se mueve por éste y su sentido del movimiento por el pasillo del avión.





$a_{\text{valija/avión}} = -1.09 \text{ m/s}^2 \mathbf{i}$ relativa al avión



$a_{\text{valija}} = 2.91 \text{ m/s}^2 \mathbf{i}$ absoluta, respecto de tierra