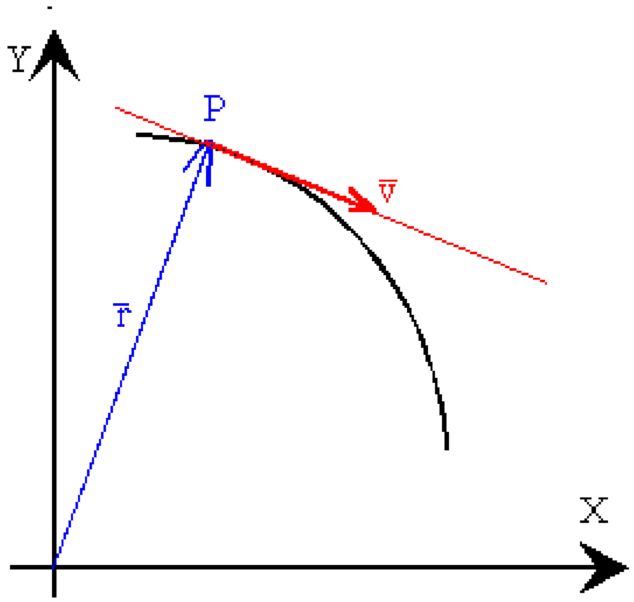
Repaso

MOVIMIENTO PLANO EN GENERAL



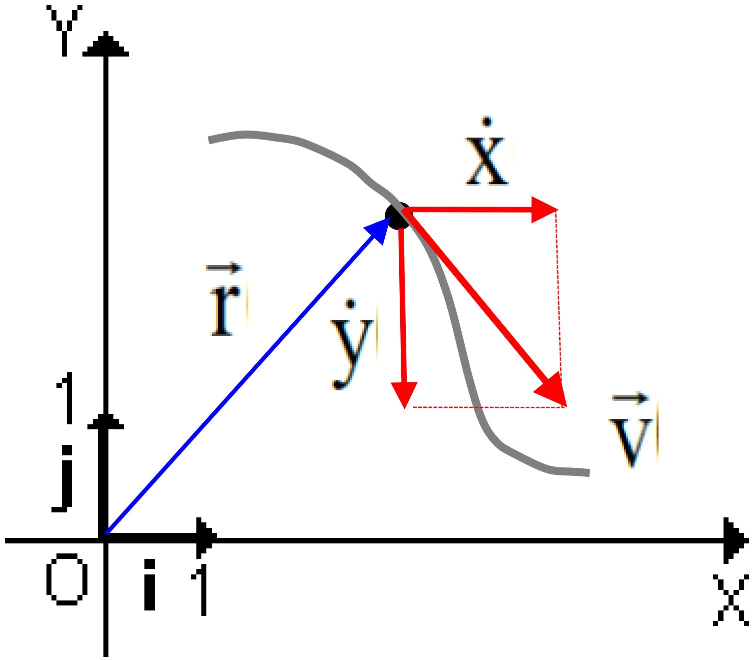
$$\vec{\mathbf{v}} \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\mathbf{r}}}{\Delta t} = \frac{d\,\vec{\mathbf{r}}}{dt}$$

tangente a la trayectoria

$$\vec{\mathbf{a}} \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\mathbf{v}}}{\Delta t} = \frac{d\,\vec{\mathbf{v}}}{dt}$$

tiene en cuenta cambios del módulo y de la dirección del vector velocidad

MOVIMIENTO PLANO → *COORDENADAS CARTESIANAS*



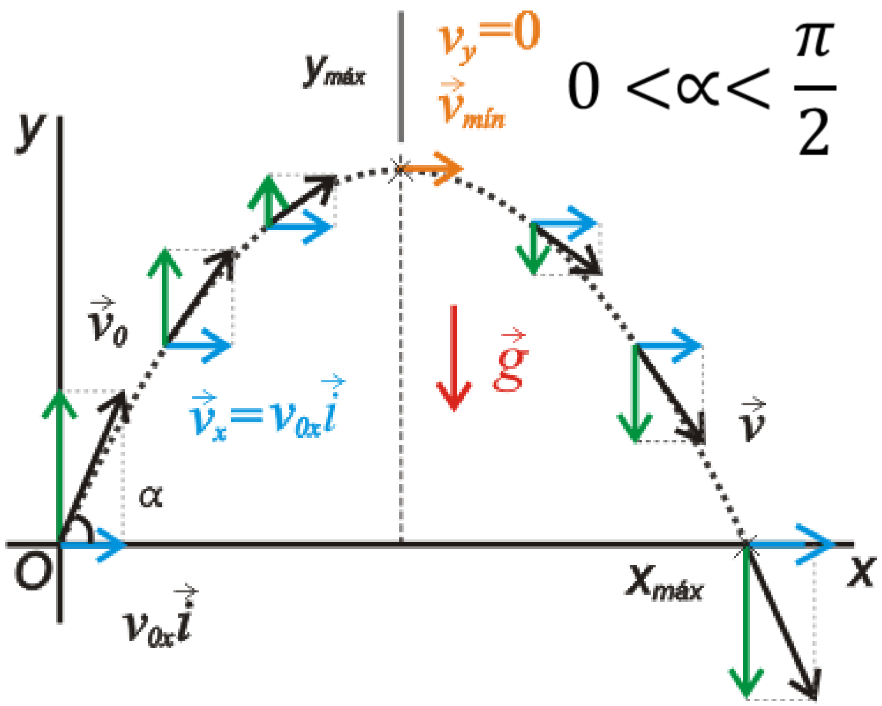
COMPONENTES CARTESIANAS.

$$\vec{r}(t) = x(t)\,\vec{i} + y(t)\,\vec{j}$$

$$\vec{v}(t) = \dot{x}(t)\,\vec{i} + \dot{y}(t)\,\vec{j}$$

$$\vec{a}(t) = \ddot{x}(t)\,\vec{i} + \ddot{y}(t)\,\vec{j}$$

Si el lanzamiento ocurre desde el piso



$$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

eje y

$$a_y = -g$$

$$v_y = v_0\, sen\alpha - gt$$

$$y = v_0\, sen\alpha\, t - \frac{gt^2}{2}$$

eje x

$$a_x = 0$$

$$v_x = v_0\, cos\alpha$$

$$x = v_0 cos\alpha t$$

tiempo de vuelo (cuando $y=0$)

$$v_0 sen\alpha t - \frac{gt^2}{2} = 0$$

$$t\left(v_0 sen\alpha - \frac{gt}{2}\right) = 0$$

$$t = 0$$

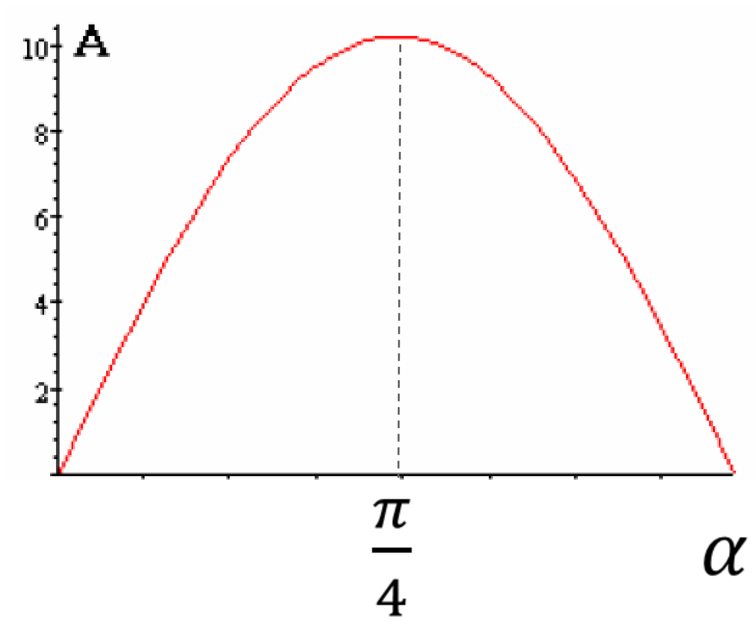
$$\boxed{t_v = \frac{2v_0 sen\alpha}{g}}$$

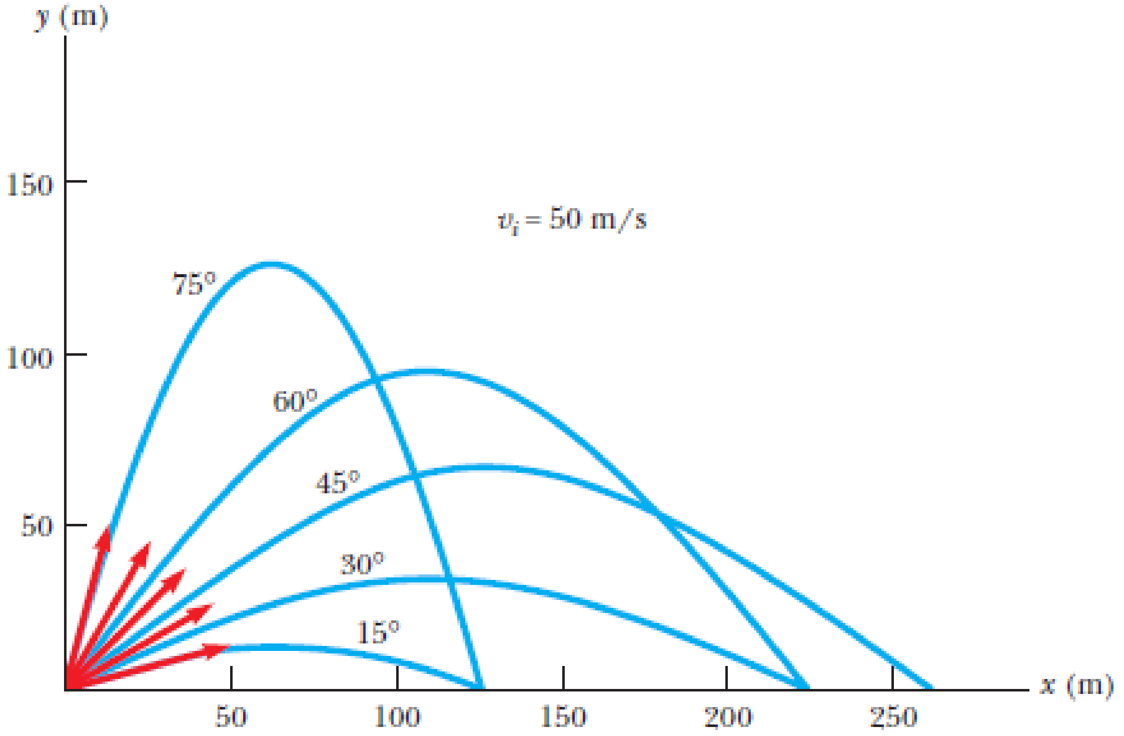
tiempo de vuelo

<u>Tarea</u>: verificar que en este caso el tiempo de vuelo es el doble del tiempo que tarda en alcanzar la altura máxima.

Alcance $A = x(\underset{\frac{2v_0 sen\alpha}{g}}{t_v}) = \dfrac{2v_0^2}{g} cos\alpha\, sen\alpha$ $\qquad sen2\theta = 2\,cos\theta\, sen\theta$ $\qquad \boxed{A = \dfrac{v_0^2}{g} sen2\alpha}$

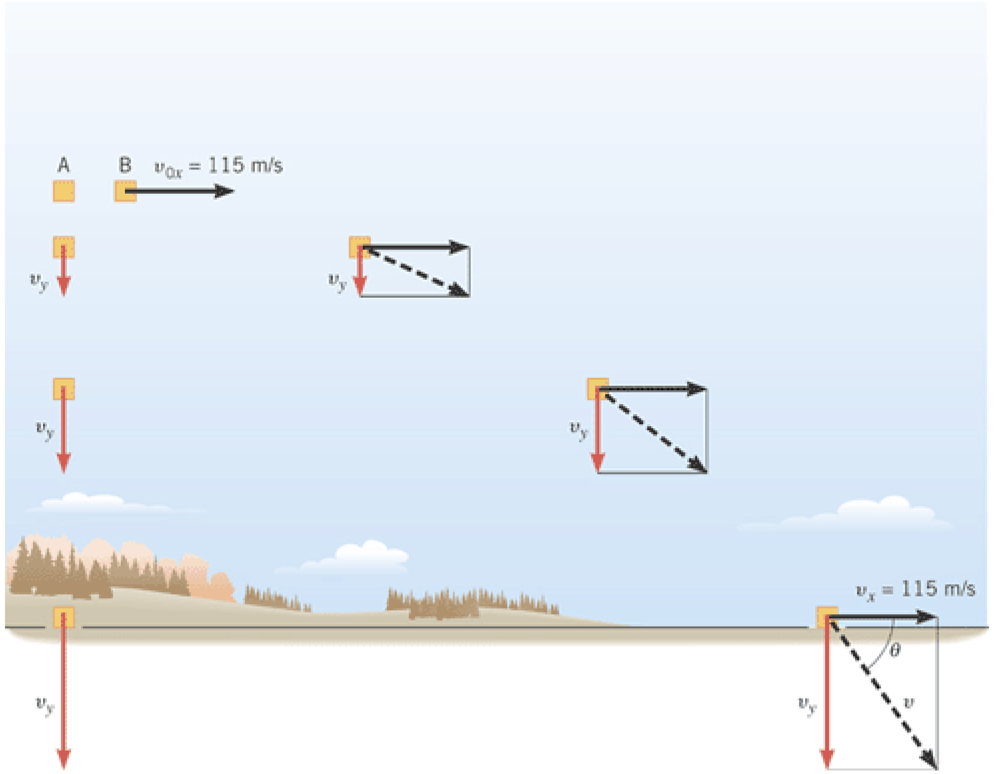
A es máximo cuando $sen2\alpha = 1 \qquad 2\alpha = \dfrac{\pi}{2} \qquad \boxed{\alpha = \dfrac{\pi}{4}}$





Se llega al mismo alcance con dos ángulos diferentes que difieran en la misma cantidad del ángulo de 45

¿Podría ocurrir algún caso en el cual yo suelto un objeto en reposo y en el mismo instante lanzo otro con una velocidad, y que ambos lleguen al piso simultáneamente?

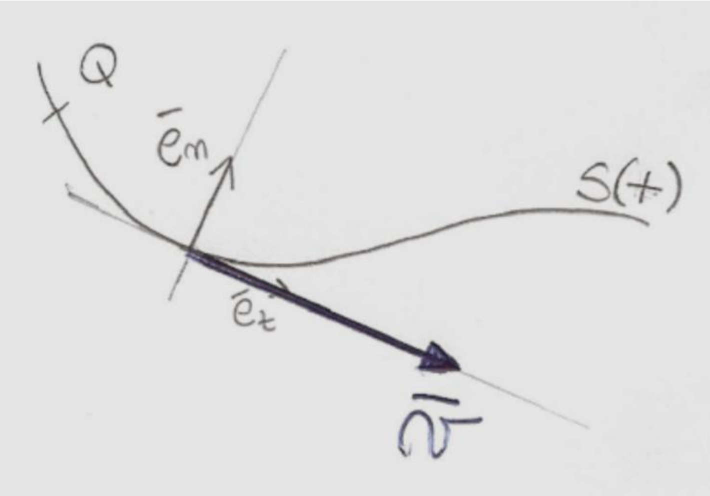


Si!

Si se deja caer verticalmente un objeto y a la vez se **lanza otro <u>horizontalmente</u>** (en ausencia de rozamiento)

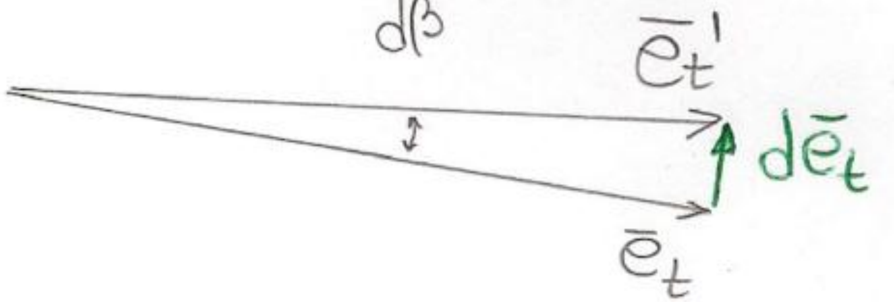
Coordenadas intrínsecas

$$\boxed{\vec{v} = v\,\vec{e}_t}$$



$$v = \frac{ds}{dt} = \dot{s}$$ **magnitud de v**

$$\boxed{\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv}{dt}\vec{e}_t + v\frac{d\vec{e}_t}{dt}}$$ **(A)**



$$\vec{e}_t' = \vec{e}_t + \mathrm{d}\vec{e}_t$$

(B)

$$|d\vec{e}_t| = |\vec{e}_t| d\beta = d\beta \qquad d\vec{e}_t = d\beta\,\vec{e}_n$$

$$\boxed{\frac{d\vec{e}_t}{dt} = \dot{\beta}\,\vec{e}_n}$$

$$ds = \rho\, d\beta \qquad \frac{ds}{dt} = \rho \frac{d\beta}{dt} \qquad \dot{s} = \rho\dot{\beta}$$ **en (B)**

(B) $$\frac{d\vec{e}_t}{dt} = \dot{\beta}\, \vec{e}_n$$

$$\frac{d\vec{e}_t}{dt} = \frac{\dot{s}}{\rho}\vec{e}_n = \frac{v}{\rho}\vec{e}_n$$ **en (A)**

(A) $$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{e}_t + v\frac{d\vec{e}_t}{dt}$$

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{e}_t + \frac{v^2}{\rho}\vec{e}_n \qquad \vec{a} = \ddot{s}\ \vec{e}_t + \frac{\dot{s}^2}{\rho}\vec{e}_n$$

$$\boxed{a_t = \frac{dv}{dt} = \ddot{s}}$$

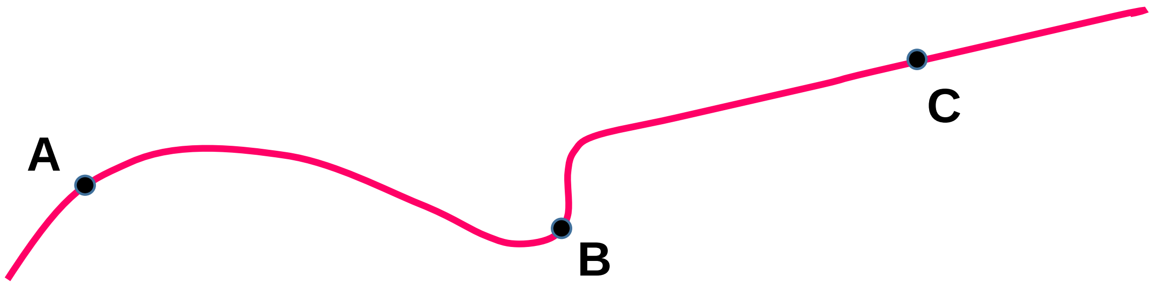
a_t → Cambio en la magnitud de $\vec{v}$

$$\boxed{a_n = \frac{v^2}{\rho}}$$

a_n → Cambio en la dirección de $\vec{v}$

Ejemplo 1

El siguiente gráfico indica la trayectoria que sigue una partícula



a) Si la partícula se mueve con rapidez constante, se puede afirmar que en todo punto de la trayectoria, la aceleración

I – es nula 

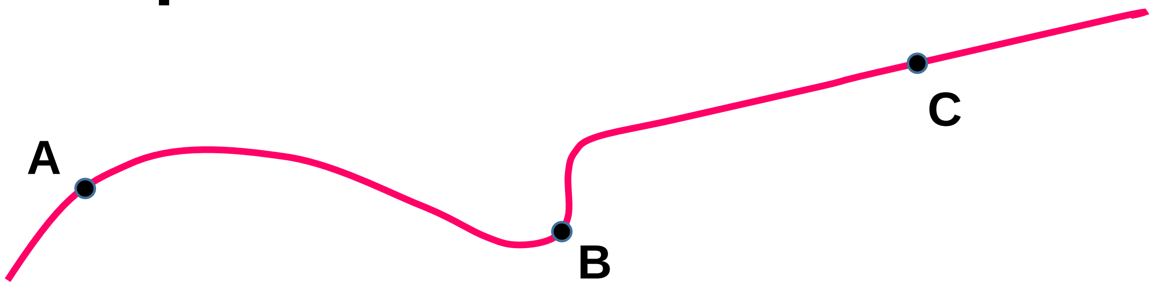
II – es constante 

III – tiene componente tangencial nula 

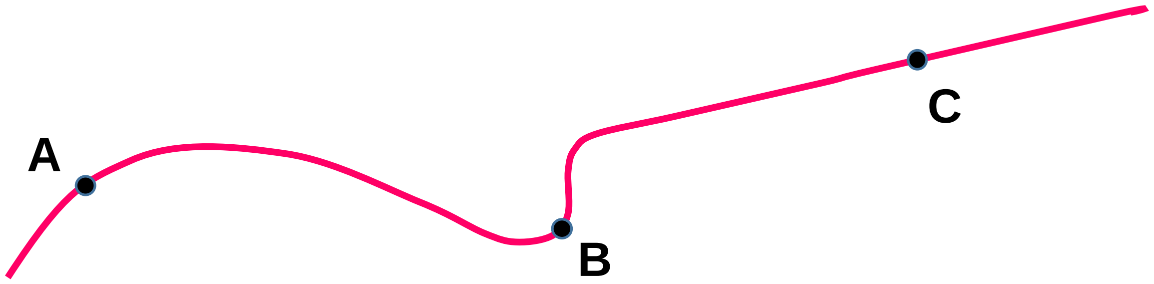
b) Graficar sobre la trayectoria los vectores velocidad y aceleración en los puntos indicados

c) Graficar sobre la trayectoria los vectores velocidad y aceleración en los puntos indicados, si

I- la partícula aumenta su rapidez al ir de A a C



II- la partícula disminuye su rapidez al ir de A a C



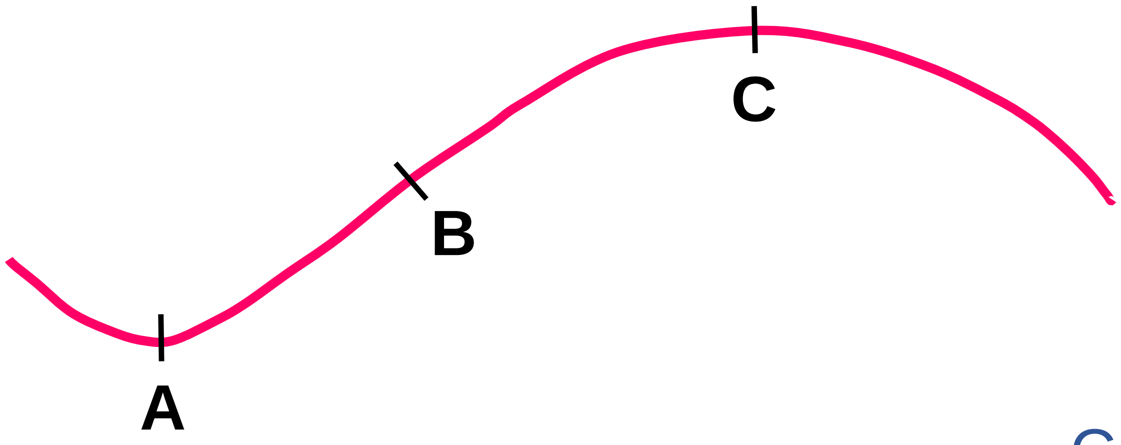
Ejemplo 2

Un conductor va frenando reduciendo su rapidez a razón constante de 2.41 m/s^2. Cuando pasa por A su velocidad es de 27.8 m/s y cuando pasa por C es de 13.9 m/s. Si los pasajeros experimentan en A una aceleración total de 3 m/s^2, y el radio de curvatura en C es de 150 m

a) Calcular el radio de curvatura en A

b) La aceleración en el punto de inflexión B.

c) La aceleración en C.



COMPONENTES INTRINSECAS.

$$\vec{v} = v\ \vec{e_t} = \dot{s}\ \vec{e_t}$$

$$\vec{a} = a_n\ \vec{e_n} + a_t\ \vec{e_t}$$

$$\boxed{a_n = \frac{v^2}{\rho}} \qquad \boxed{a_t = \frac{dv}{dt}}$$

Cambio en dirección de **v** Cambio en el módulo

Movimiento circular

Ejemplo 2

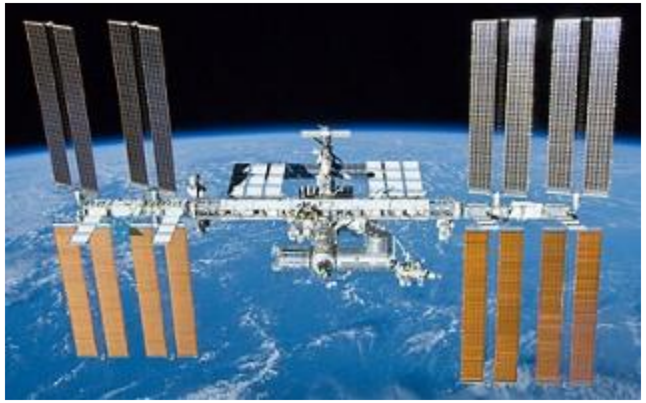
La Estación Espacial Internacional gira con una velocidad angular constante alrededor de la tierra, completando una vuelta a su alrededor cada 90 minutos, y en una orbita a 300 km de altura sobre la superficie terrestre.

a) Calcular su velocidad angular

b) Calcular su velocidad lineal

c) ¿Tiene aceleración?

Dato: Radio de la tierra = 6371 Km



https://www.nasa.gov/mission_pages/station/main/index.html

Ejemplo 3

Un auto recorre una curva circular de 200 m de radio incrementando su rapidez a razón constante de 10 m/s a 25 m/s en 20 s

a) Hallar la aceleración del auto en el instante inicial y a los 20 s

b) Determinar la aceleración angular

c) Hallar el ángulo que recorre al cabo de 20 s

Para pensar …

1) En un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado:

a- el vector aceleración tangencial es nulo FALSO

b- el vector velocidad es constante FALSO

c- el vector aceleración normal es nulo ✓

d- no hay aceleración FALSO

2) En un tiro parabólico:

a- no hay aceleración normal FALSO

b- el vector aceleración es constante ✓

c- el vector aceleración tangencial es constante FALSO

d- el vector velocidad es constante FALSO

Para la próxima pueden hacer…

Hasta el 22 completo,
El 24 completo

Del 23 pueden hacer
el a)
si se animan el b)

Del 25 pueden hacer
hasta el c)
si se animan el d)

Problemas 21 y 25 → Laboratorio

Problema 21. * Un disco cuyo diámetro es de $25.0\,cm$ tiene una velocidad angular $\omega = 14.5\,rpm$ uniforme.

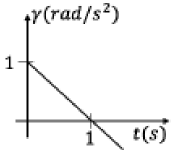
a) Calcule la velocidad lineal de un punto sobre el borde del disco y para un punto ubicado a $10\,cm$ del eje de rotación.

En un dado momento, el disco comienza a frenar uniformemente deteniéndose en 20.14 segundos.

b) Grafique γ, ω y θ en función del tiempo.

c) Calcule la velocidad y la aceleración (componentes tangencial y normal) de un punto situado sobre el borde del disco, cuando $t = 10.07\,s$.

Problema 22. En un movimiento circular, la aceleración angular (γ) sigue la ley de la figura. Si al iniciar el movimiento, el cuerpo P estaba moviéndose a $3\,m/s$ y el radio de la trayectoria es de $2\,m$.



a) Halle las expresiones para $\omega(t)$ y $\theta(t)$ y graficar.

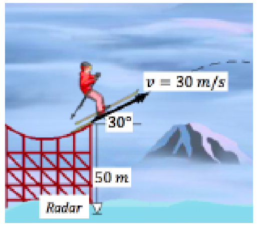
b) Indique el instante en el que el cuerpo invierte el sentido del movimiento.

c) Calcule el desplazamiento de P sobre la trayectoria entre $t = 0\,s$ y $t = 4\,s$.

d) Calcule la distancia recorrida en el intervalo anterior.

e) Calcule la aceleración total en $t = 2\,s$.

Problema 23. Un esquiador deja la rampa de salto de esquí con una rapidez de $30\,m/s$, formando un ángulo de 30° con la horizontal como se muestra en la figura. Respecto de la base de la rampa, el esquiador se encuentra a $50\,m$ de altura en el instante en que se despega de la misma. Calcule:

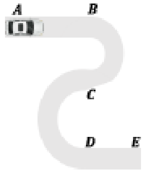


a) La altura máxima alcanzada por el esquiador.

b) La magnitud y dirección de la velocidad del esquiador en el momento que alcanza su altura máxima. El radio de curvatura en dicho instante.

c) Para el instante en que el esquiador justo abandona la pista, ubicando un radar en la base de la rampa y tomándolo como polo: calcule la aceleración angular y radial del esquiador vista desde dicho radar.

Problema 24. Un auto se desplaza con rapidez constante a lo largo del camino $ABCDE$. Las secciones AB y DE son rectas. Ordene las aceleraciones de los cuatro tramos de acuerdo a su magnitud de menor a mayor. Indicar los vectores aceleración en la trayectoria (uno por cada tramo).



Problema 25. * Una esfera de plástico es disparada con una rapidez de $4.89\,m/s$, desde una altura inicial $h_i = 27.5\,cm$, formando un ángulo de 70° con la horizontal. Calcule:

a) El alcance horizontal.

b) El ángulo con que debería lanzarse la esfera para lograr un alcance horizontal máximo, con la misma rapidez inicial.

c) La altura máxima y el tiempo que tarda en alcanzar dicha altura, según sus datos iniciales.

d) El radio de curvatura de la trayectoria cuando la esfera **llega** a una altura de $35.0\,cm$ respecto del suelo.

e) Si ubicamos un radar en el punto de disparo y lo tomamos como polo: calcule la velocidad y aceleración angular que tiene la esfera vista desde dicho polo cuando **alcanza** una altura de $35.0\,cm$.