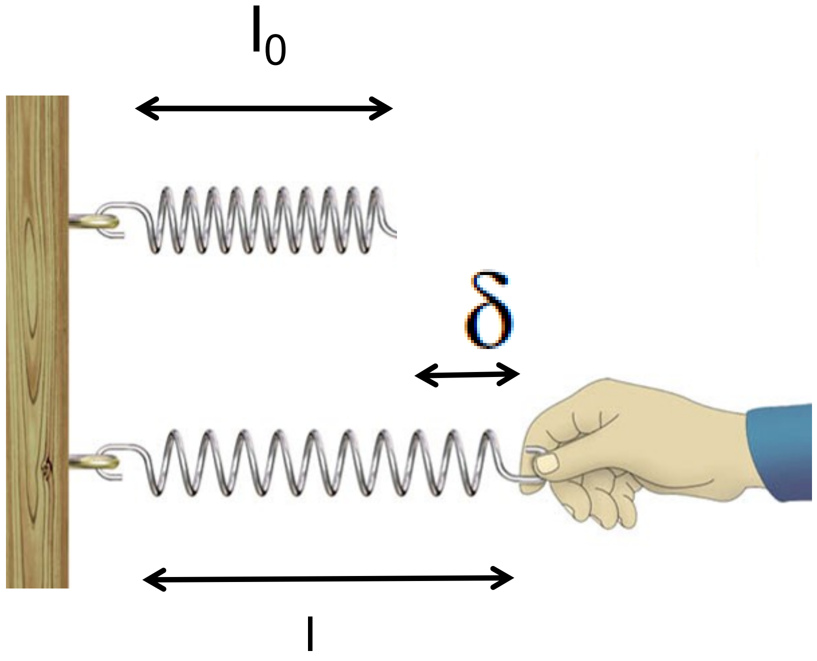
Interacción elástica con un resorte lineal

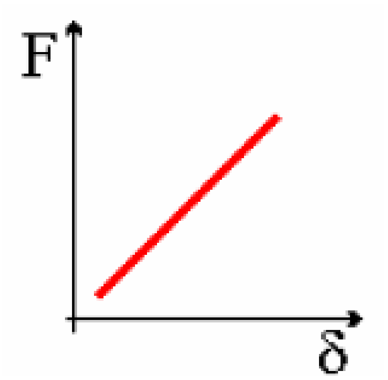


l_0 = longitud propia
(longitud del resorte sin deformar)

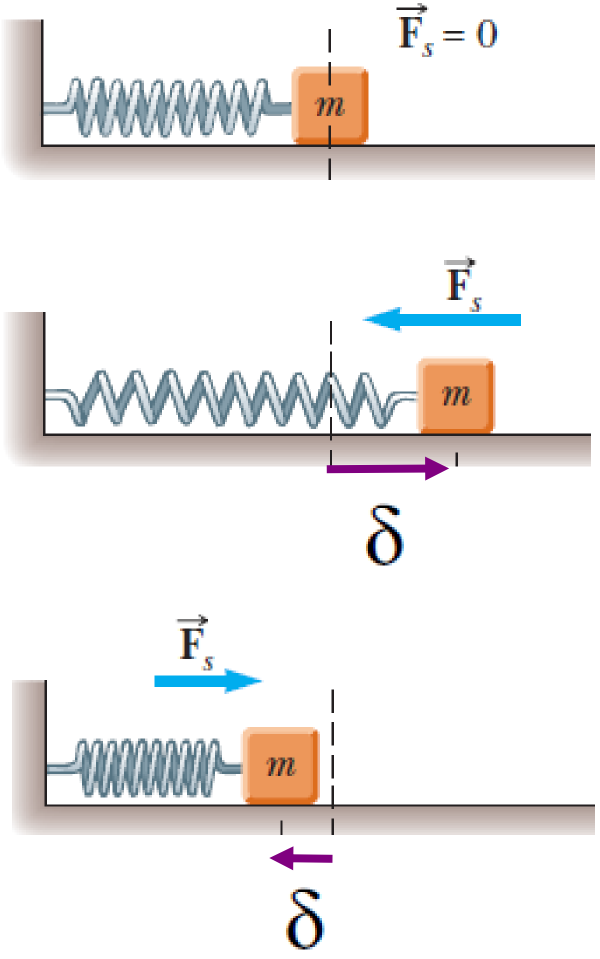
δ = deformación del resorte ($l - l_0$)

Resultado experimental:

$$\boxed{F = k\,\delta}$$



k = constante elástica del resorte

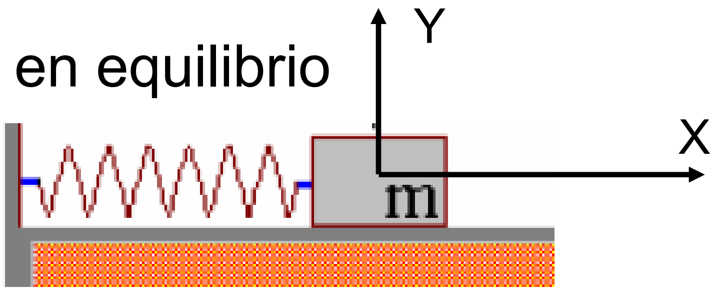


Interacción atractiva si el resorte se estira

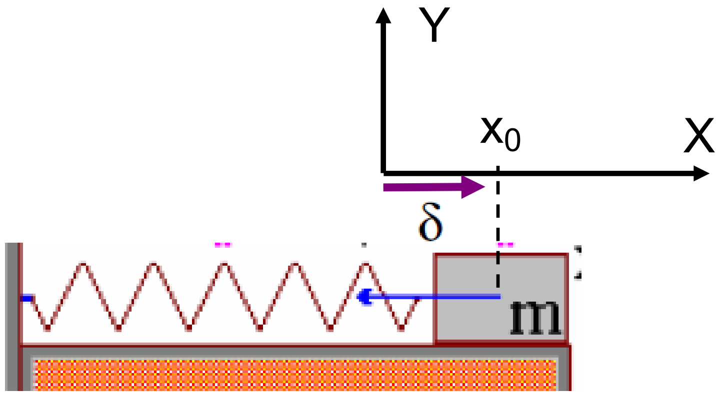
Interacción repulsiva si el resorte se comprime

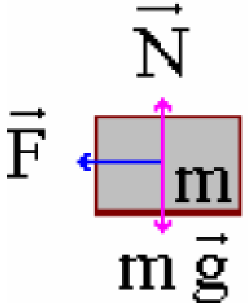
$$\boxed{\vec{F} = -k\,\vec{\delta}}$$

Cuerpo en equilibrio



apartamos al sistema de su posición de equilibrio sometiendo el resorte a una deformación inicial, para luego dejarlo en libertad de desplazarse a lo largo de la superficie horizontal libre de rozamiento.



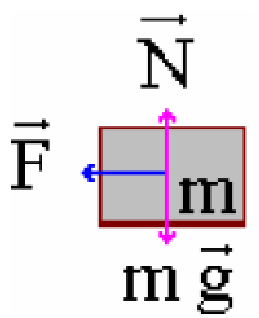


origen XY → cuerpo en equilibrio
(resorte sin deformar)

Bajo estas condiciones, la deformación del resorte coincide con el valor de x

$$\boxed{\vec{F} = -k\, x\, \vec{i}}$$

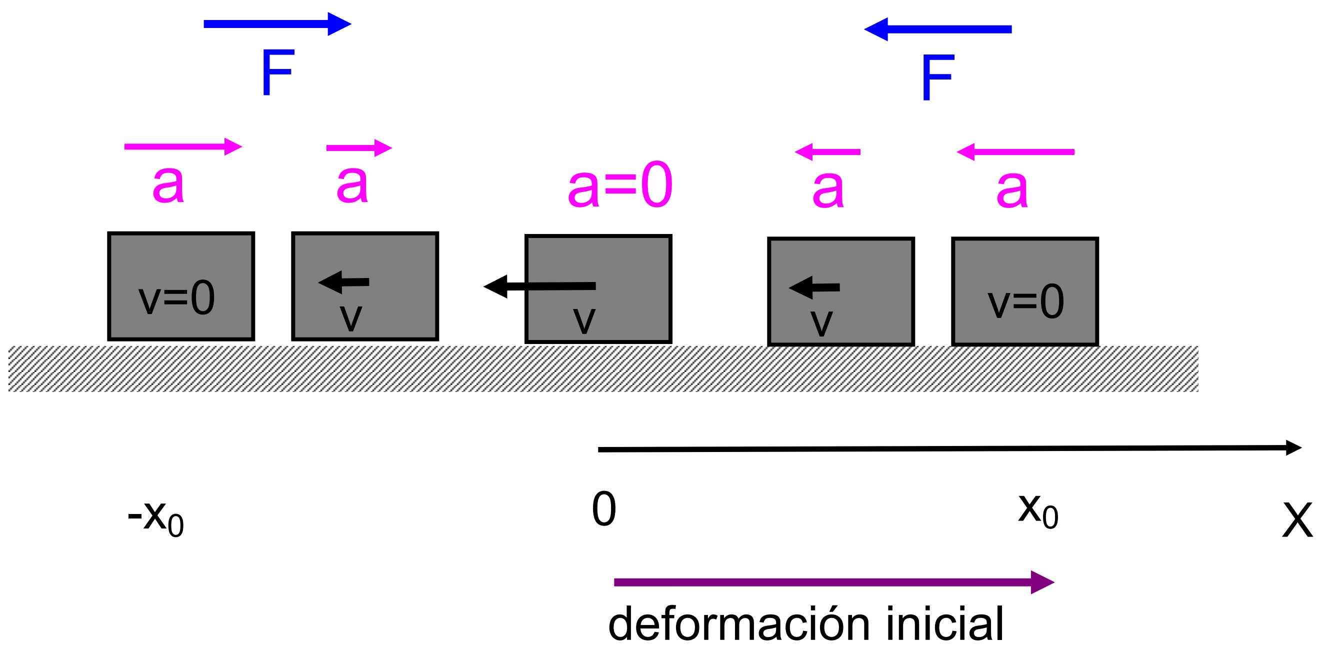
deformación



$$\vec{F} = -k\,x\,\vec{i}$$

$$\text{i)}\quad -k\,x = m\,\ddot{x}$$

$$\boxed{\ddot{x} = -\frac{k}{m}\,x}$$



Movimiento
Armónico
Simple

Vamos a hallar $\dot{x}$ en función de x

Hay que integrar $$\ddot{x} = -\frac{k}{m}\ x$$

movimiento acotado
periódico

período (T): tiempo que tarda en realizar una oscilación completa.

frecuencia (f): número de oscilaciones completas realizadas por unidad de tiempo (por cada segundo).

$$\boxed{f = \frac{1}{T}}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$ **Frecuencia angular**

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$$

$$\boxed{x(t) = A\cos(\omega t + \phi)}$$

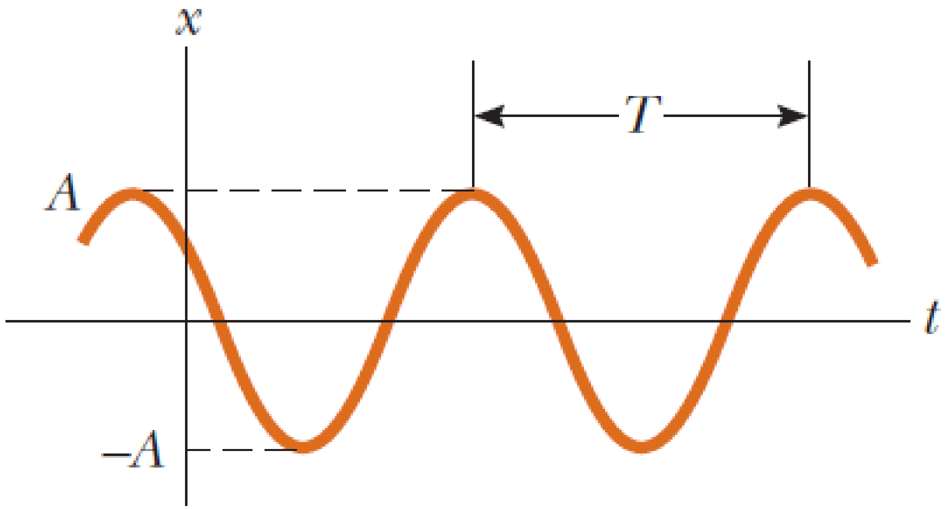
Para verificar que esta función es solución a la ecuación diferencial

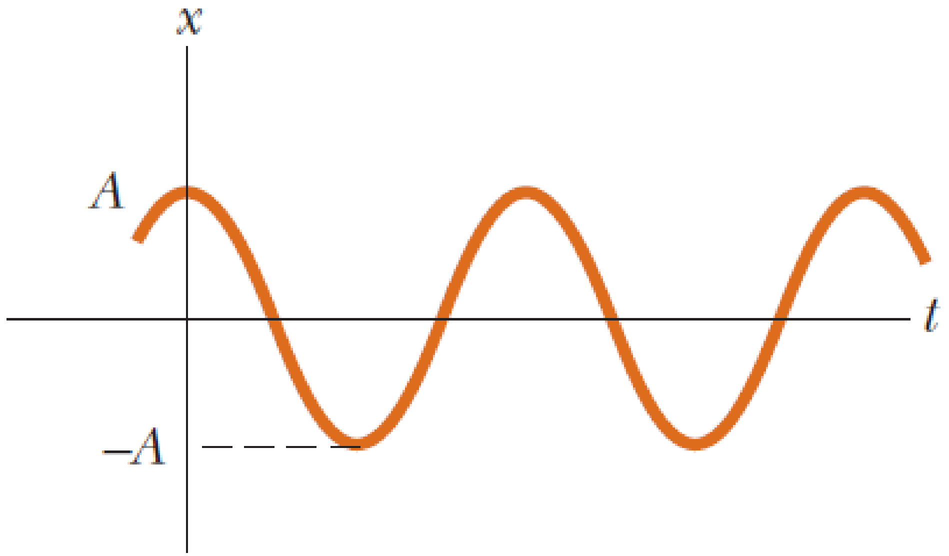
$$\frac{dx}{dt} = A\frac{d}{dt}\cos(\omega t + \phi) = -\omega A\sin(\omega t + \phi)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega A\frac{d}{dt}\sin(\omega t + \phi) = -\omega^2 A\cos(\omega t + \phi)$$

$$\boxed{v = \frac{dx}{dt} = -\omega A\sin(\omega t + \phi)}$$

$$\boxed{a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A\cos(\omega t + \phi)}$$





En este caso *Φ* = 0 si en *t=0 x= A*

$$\boxed{x(t) = A\cos(\omega t + \phi)}$$

A = amplitud
Φ = ángulo de fase

Se determinan mediante las condiciones iniciales del problema

T = *período*

$x(t+T) = x(t)$

Función periódica → los valores de x para la partícula en el instante *t* deben ser igual a los valores de x en $t + T$

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$$

La función coseno repite su valor cuando su fase se incrementa en *2π*

$$[\omega(t + T) + \phi] - (\omega t + \phi) = 2\pi \qquad \omega T = 2\pi$$

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}}$$

Período, s

$$\boxed{f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}}$$

Frecuencia, ciclos/s o hertz (Hz)

$$\boxed{\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}}$$

Frecuencia angular, rad/s

Expresiones generales para cualquier MAS

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Solo depende de la masa de la partícula y de la constante elástica del resorte

No depende del estado de movimiento

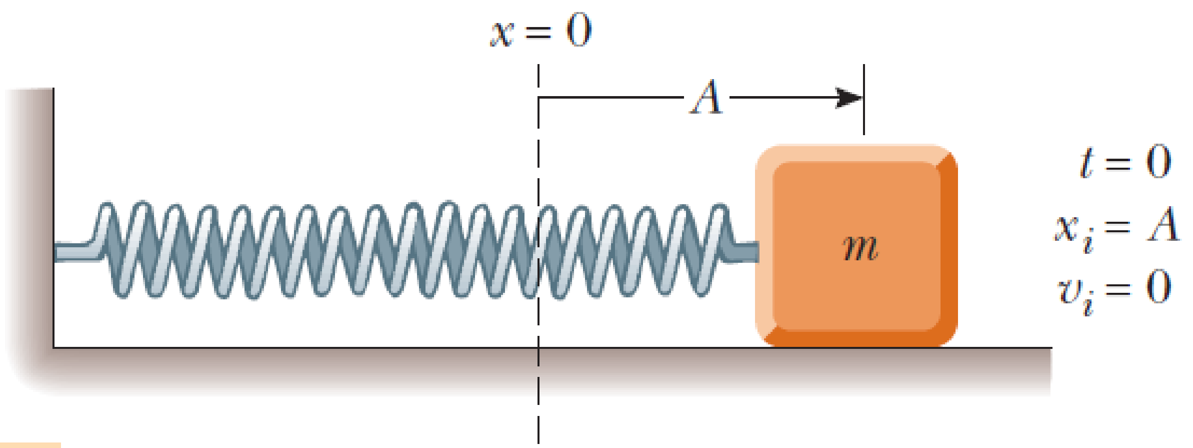
T aumenta si aumenta la masa

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

En el MAS la frecuencia y período son independientes de la amplitud

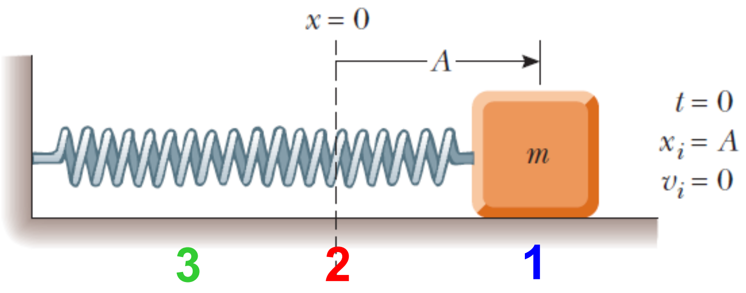
Ejemplo 1

Un objeto de 2 kg se sujeta a un resorte de constante elástica k = 196 N/m. El objeto se mantiene a una distancia de 5 cm de la posición de equilibrio y se lo deja en libertad en t =0. Hallar x en fn del tiempo



$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$



1 x = 5 cm, elongación máxima
v = 0, reposo momentáneo
a es máxima negativa ←

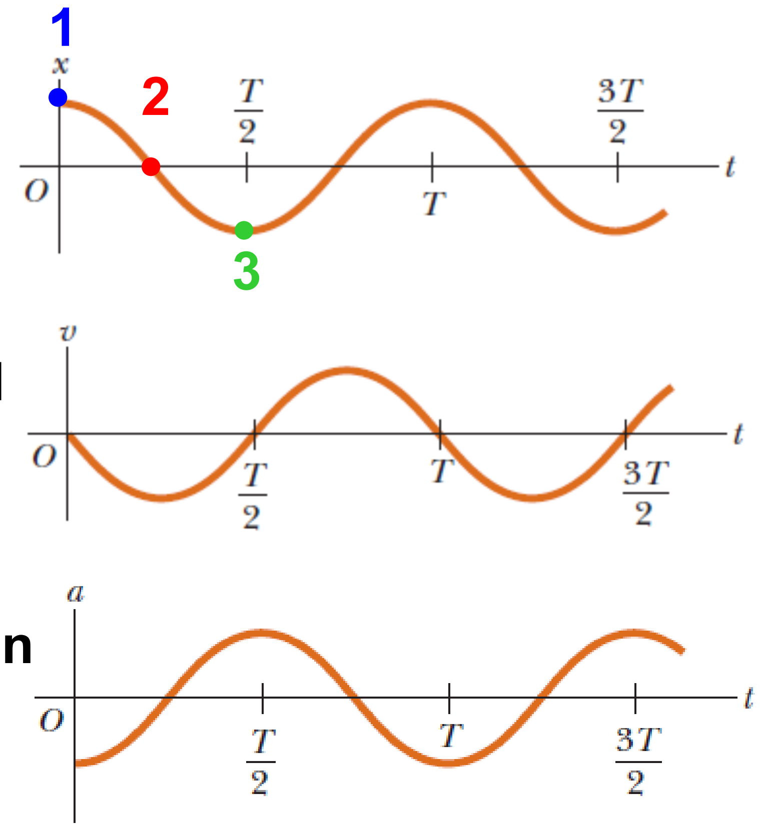
2 x = 0 (posición de equilibrio)
v es máxima y negativa ←
a = 0

3 x = -5 cm, máxima compresión
v = 0
a es máxima positiva →

posición

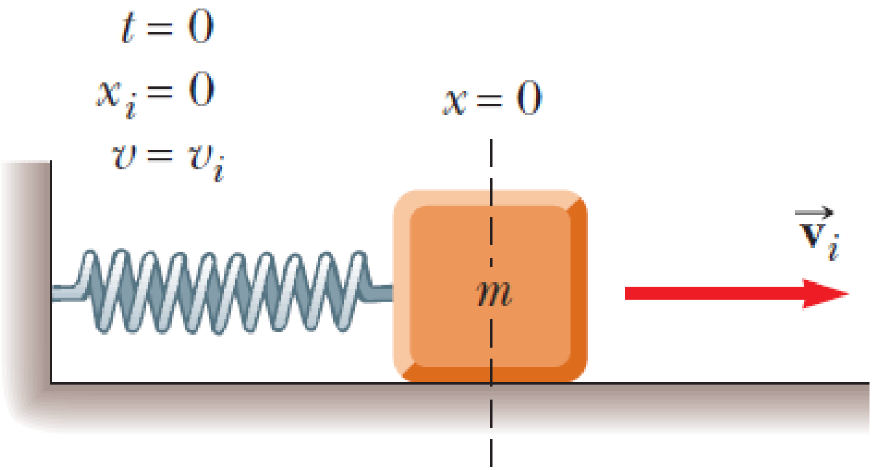
velocidad

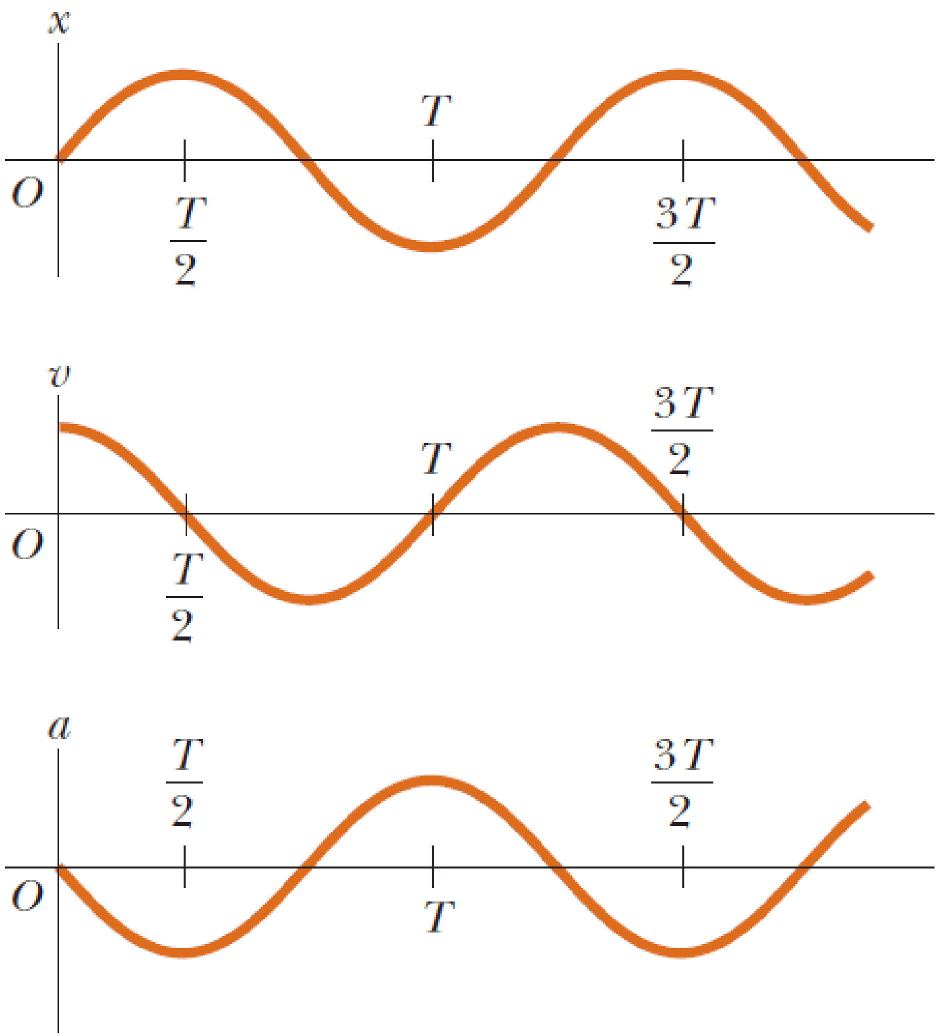
aceleración



Ejemplo 2

Se imprime al objeto una velocidad inicial cuando este se encuentra en su posición de equilibrio





¿Y si el resorte está orientado verticalmente?