



$$\vec{A} = a\vec{i} + b\vec{j} = (a; b)$$

**¿COMO ENCONTRAR UNA BASE?**

Si se encuentra una relación de tipo:

$$\text{OPERADOR} \leftarrow \mathbf{A} \mathbf{v} = c \mathbf{v} \rightarrow \text{AUTOVECTOR}$$

AUTOVALOR

OPERADOR: *“Un Operador es una entidad Matemática que aplicada a una función dada; la transforma en otra función”*

$$\check{A}\psi = \phi$$

Ejemplos:

- Operador derivada Primera:

$$\check{A} = \frac{\partial}{\partial x} \quad \check{A}\Psi = \frac{\partial\Psi}{\partial x}$$

OPERADOR: *“Un Operador es una entidad Matemática que aplicada a una función dada; la transforma en otra función”*

$$\check{A}\psi = \phi$$

Ejemplos:

- Operador Seno:

$$\check{A} = \text{Sen} \quad \check{A}\Psi = \text{Sen}(\Psi)$$

OPERADOR: *“Un Operador es una entidad Matemática que aplicada a una función dada; la transforma en otra función”*

$$\check{A}\psi = \phi$$

Ejemplos:

- Operador X:

$$\check{A} = X \quad \check{A}\Psi = X\Psi$$

## PROPIEDADES DE LOS OPERADORES

DISTRIBUTIVA:

$$(\check{A} + \check{B})\Psi = \check{A}\Psi + \check{B}\Psi$$

ASOCIATIVA:

$$(\check{A}.\check{B}.\check{C})\Psi = (\check{A}.\check{B}).\check{C}\Psi = \check{A}.\check{C}\Psi$$

En general los operadores NO cumple la ley Conmutativa:

$$\check{A}.\check{B}\Psi \neq \check{B}.\check{A}\Psi$$

PERO.....

CONMUTADOR:

$$[\check{A}; \check{B}] = \check{A}.\check{B} - \check{B}.\check{A}$$

Si es cero, SIGNIFICA QUE CONMUTAN!!!

$$\check{A}.\check{B} - \check{B}.\check{A} = 0 \implies \check{A}.\check{B} = \check{B}.\check{A}$$

Ejemplos:

$$\check{A} = \frac{\partial}{\partial x} \quad \check{B} = X$$

$$[\check{A}; \check{B}] = \check{A}.\check{B} - \check{B}.\check{A}$$

$$\left[ \frac{\partial}{\partial x}; x \right] = \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x} . X \right) - \left( X . \frac{\partial}{\partial x} \right) \right] \Psi$$

Ejemplos:

$$\begin{aligned}\left[ \frac{\partial}{\partial x}; x \right] &= \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x} \cdot X \right) - \left( X \cdot \frac{\partial}{\partial x} \right) \right] \Psi \\ &= \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x} \cdot X \right) \Psi - \left( X \cdot \frac{\partial}{\partial x} \right) \Psi \right] \\ &= \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x} \cdot (X\Psi) \right) - \left( X \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) \right]\end{aligned}$$

Ejemplos:

$$\left[ \frac{\partial}{\partial x}; x \right] = \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x} \cdot (X\Psi) \right) - \left( X \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) \right]$$

$$= \left[ 1 \cdot \Psi + X \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right] - \left[ X \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right] = \Psi$$

***DISTINTO DE CERO; NO CONMUTA!!!!***

Ejemplos:

$$\check{A} = \frac{\partial}{\partial x} \quad \check{B} = Y$$

$$[\check{A}; \check{B}] = \check{A}.\check{B} - \check{B}.\check{A}$$

$$\left[ \frac{\partial}{\partial x}; y \right] = \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x} . y \right) - \left( y . \frac{\partial}{\partial x} \right) \right] \Psi$$

Ejemplos:

$$\left[ \frac{\partial}{\partial x}; y \right] = \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x} \cdot y \right) - \left( y \cdot \frac{\partial}{\partial x} \right) \right] \Psi$$

$$= \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x} \cdot y \right) \Psi - \left( y \cdot \frac{\partial}{\partial x} \right) \Psi \right]$$

$$= \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x} \cdot (y\Psi) \right) - \left( y \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) \right]$$

Ejemplos:

$$\left[ \frac{\partial}{\partial x}; y \right] = \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x} \cdot (y\Psi) \right) - \left( y \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) \right]$$
$$= \left[ \cancel{0 \cdot \Psi} + y \cdot \cancel{\frac{\partial \Psi}{\partial x}} \right] - \left[ \cancel{y \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial x}} \right] = 0 \quad \text{IGUAL A CERO; CONMUTAN!!!!}$$

**DOS OPERADORES QUE CONMUTAN TIENEN LOS MISMOS AUTOVECTORES!!!!!!!**

# CONVERSIÓN de VARIABLES DINAMICAS (posición, impulso, momento angular, etc.) a OPERADORES

**impulso:**

$$p_x = \frac{h}{2\pi} \cdot k$$

$$\Psi = Ae^{i(kx-\omega t)} \implies \frac{\partial}{\partial x} \Psi = ikAe^{i(kx-\omega t)} \implies \frac{\partial}{\partial x} \Psi = ik\Psi$$
$$-\frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial x} \Psi = k\Psi$$

# CONVERSIÓN de VARIABLES DINAMICAS (posición, impulso, momento angular, etc.) a OPERADORES

impulso:

$$p_x = \frac{h}{2\pi} \cdot k$$
$$-\frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial x} \Psi = k \Psi$$
$$p_x \Psi = \frac{h}{2\pi} \cdot k \Psi \longrightarrow p_x \Psi = -\frac{1}{i} \cdot \frac{h}{2\pi} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \Psi$$
$$\tilde{p}_x = -\frac{1}{i} \hbar \frac{\partial}{\partial x}$$

# OTROS OPERADORES.....

**impulso:**

$$\check{p}_x = -\frac{1}{i}\hbar \frac{\partial}{\partial x}$$

**Momento angular:**

$$\check{L}_x = -i\hbar \left( y \frac{\partial}{\partial z} - z \frac{\partial}{\partial y} \right)$$

$$\check{L}_y = -i\hbar \left( z \frac{\partial}{\partial x} - x \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

$$\check{L}_z = -i\hbar \left( x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} \right)$$

# OTROS OPERADORES.....

**ENERGÍA CINÉTICA:**

$$\check{T} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial^2 x} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2$$

**ENERGÍA MECÁNICA:**

$$\check{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V$$

*Hamiltoniano del sistema*