Óptica Instrumental 2
Unidad 4

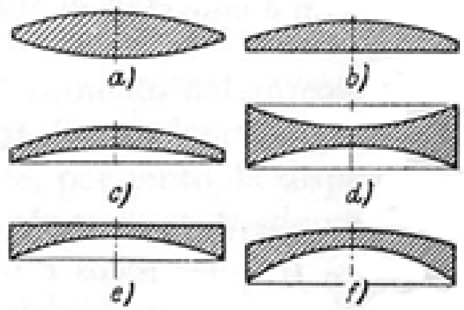
Diseño y Fabricación de lentes

Tecnicatura Universitaria en Óptica
Universidad Nacional del Sur

Claudio Gomez

Lentes
Clasificación

Se clasifican en dos grupos convergentes (positivas) y divergentes (negativas), las cuales a su vez pueden adoptar formas distintas.



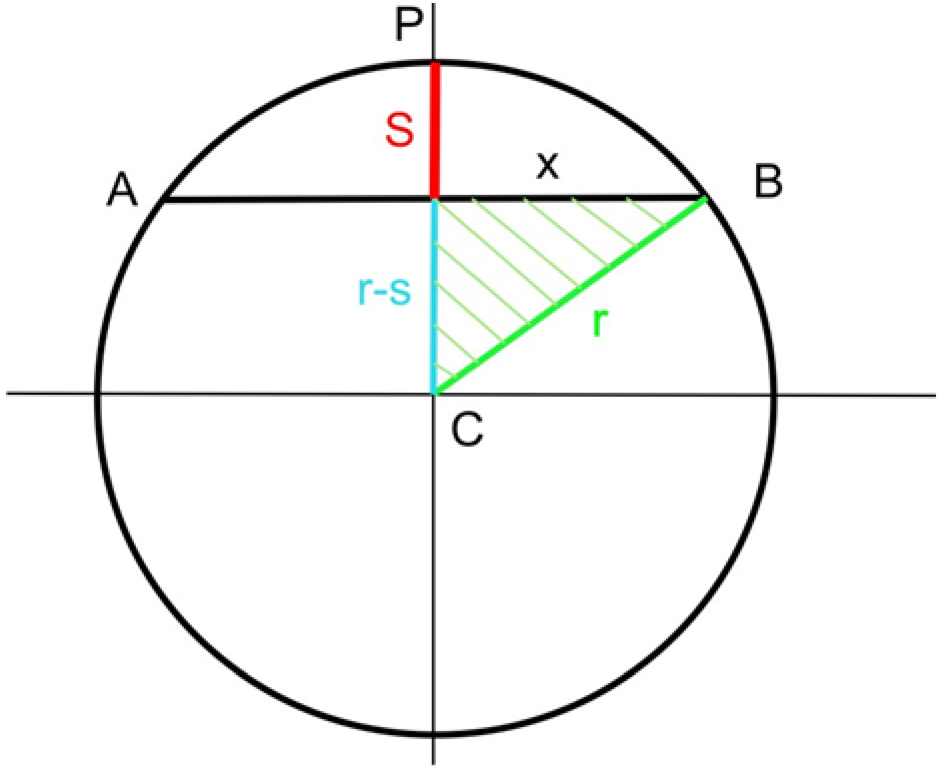
Convergentes
a) Biconvexa (doble convexidad)
b) Plano - convexa (plana y convexa)
c) Menisco positivo (cóncava-convexa)

Divergentes
d) Bicóncava (doble concavidad)
e) Plano - cóncava (plana y cóncava)
f) Menisco negativo (cóncava-convexa)

Estas geometrías de lentes tienen las siguientes especificaciones de fabricación.

Lentes Convergentes	Espesor de bordes no inferior a 1mm.	1-Peligro de rotura 2-Lentes de bordes agudos no pueden ser preparadas sobre soportes.
Lentes Divergentes	Espesor del centro, no inferior a 1/15 del diámetro de la lente.	El centro de la lente es deformado por el lacre de adhesión.
Menisco Positivo	Espesor del centro, no inferior a 1/8 del diámetro de la lente.	Lentes demasiado finas adquieren acritud.
Exactitud del espesor de centro	La amplitud de tolerancia debe ser al menos 0,15mm.	Con valores menores no es posible la corrección de las superficies lesionadas.
Aptitud de centrado	Los radios deben adoptarse de forma que: $\frac{\emptyset}{r_1} + \frac{\emptyset}{r_2} > 0,28$ $\emptyset$ = diámetro de la lente r_1 y r_2 = radios de la lente	Las lentes con un valor menor de centrado no pueden centrarse correctamente.

Las lentes sin importar su geometría, están compuestas por dos curvaturas, las cuales se evalúa a partir de la flecha o sagita de la misma.



Aplicando Pitagoras $r^2 = (r-s)^2 + x^2$

despejo $(r-s)^2$

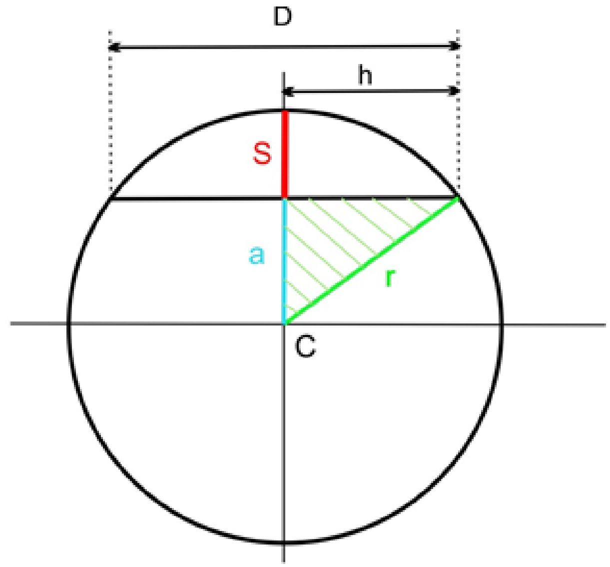
$$(r-s)^2 = r^2 - x^2$$

$$r - s = \sqrt{r^2 - x^2}$$

$$-s = -r + \sqrt{r^2 - x^2}$$

Sagita $\boxed{s = r - \sqrt{r^2 - x^2}}$

También podemos deducir la ecuación general de curvatura



Aplicando Pitagoras $r^2 = a^2 + h^2$

del gráfico vemos que $a = r - s$

$$r^2 = (r - s)^2 + h^2$$

Cuadrado de un binomio $r^2 = r^2 - 2rs + s^2 + h^2$

despejo 2rs $2rs = s^2 + h^2 + \cancel{r^2} - \cancel{r^2}$

del gráfico vemos que $h = \frac{D}{2}$

sustituyendo $2rs = S^2 + \left(\frac{D}{2}\right)^2$

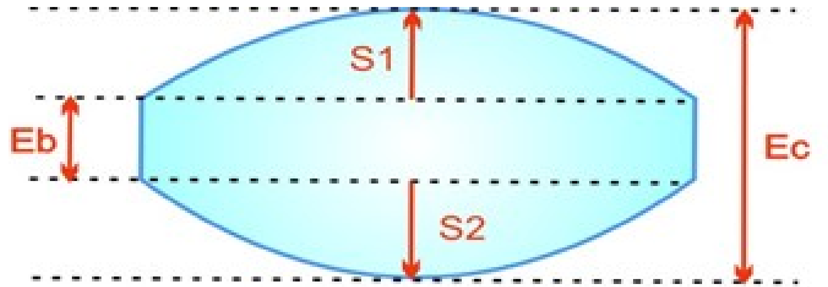
$$2rs = S^2 + \frac{D^2}{4}$$

$$r = \frac{S^{\cancel{2}}}{2\cancel{s}} + \frac{D^2}{4.2s}$$

Ecuación Gral de Curvatura $\boxed{r = \frac{S}{2} + \frac{D^2}{8s}}$

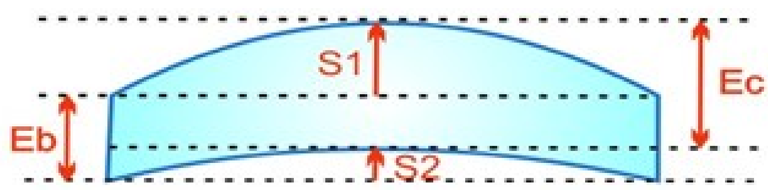
Espesor y sagita de las distintas geometrías de lentes

El espesor es de gran importancia en una lente, se lo tiene en cuenta para saber cuánto material se debe utilizar para la construcción de una determinada lente, para ello se deben tener bien identificadas las flechas de cada radio de curvatura.



$$Eb + S1 + S2 = Ec$$

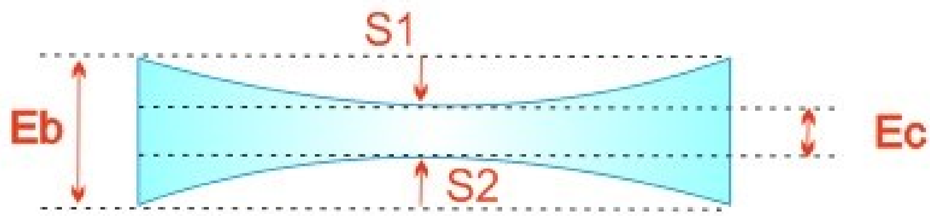
$$Eb + S1 = Ec$$



$$Eb + S1 = Ec + S2$$

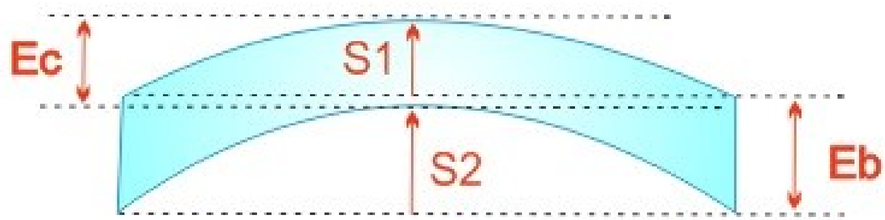
$$Ec = Eb + S1 - S2$$

Flechas o Sagitas de las lentes negativas



$$Eb = Ec + S1 + S2$$

$$Eb = Ec + S2$$



$$Eb + S1 = Ec + S2$$

$$Eb = Ec + S2 - S1$$

Esferómetro

Para poder medir el valor de la flecha o sagita de una curva utilizamos el Esferómetro, los mas comunes están compuesto por un trípode, en cuyo centro se encuentra una tuerca sobre la que hay adosado un tornillo micrométrico.

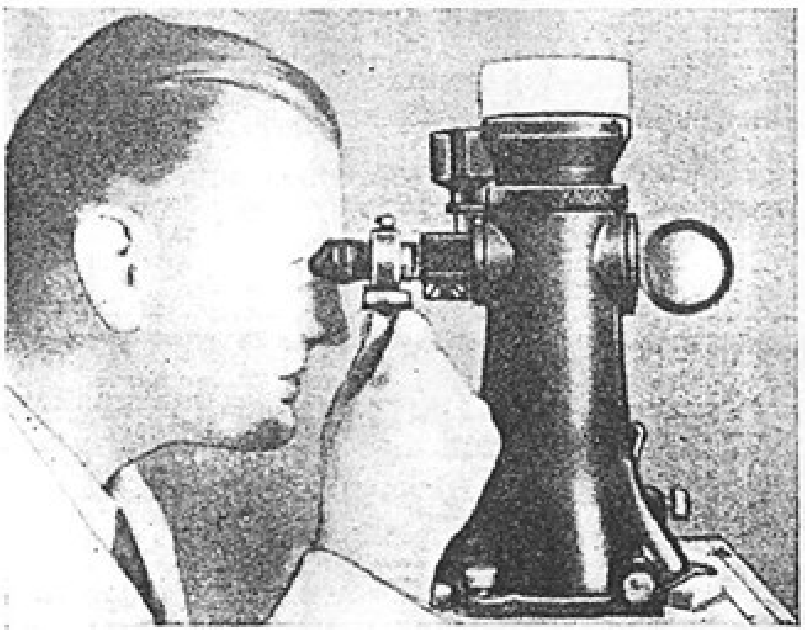
En uno de los laterales del instrumento se dispone de una escala numerada que permite medir la variación del tornillo central con respecto al plano formado por los tres brazos del trípode. Sobre este tornillo central, se encuentra además una corona con una serie de divisiones, estas dos escalas graduadas nos permiten realizar una medición acertada de la altura recorrida por el tornillo central.

Existen diversos tipos de esferómetros

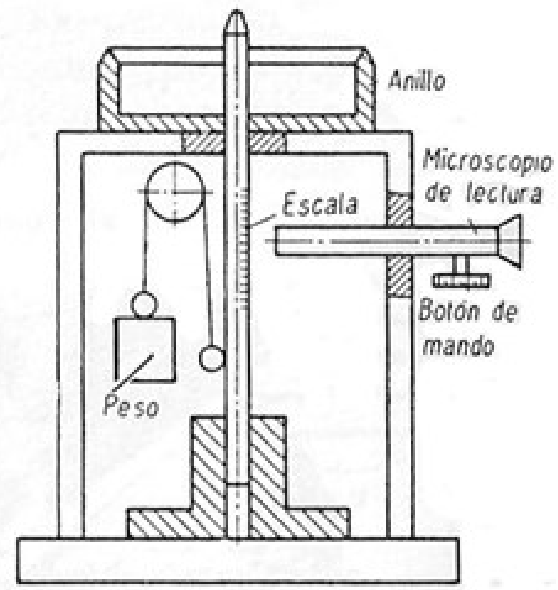
Esferómetro de Askania

Este instrumento cuenta con un palpador el cual esta adosado a una escala, la cual es visualizada a través de un microscopio de lectura, a su vez cuenta con una variedad de anillos de apoyo, según sea el diámetro de la lente en cuestión.

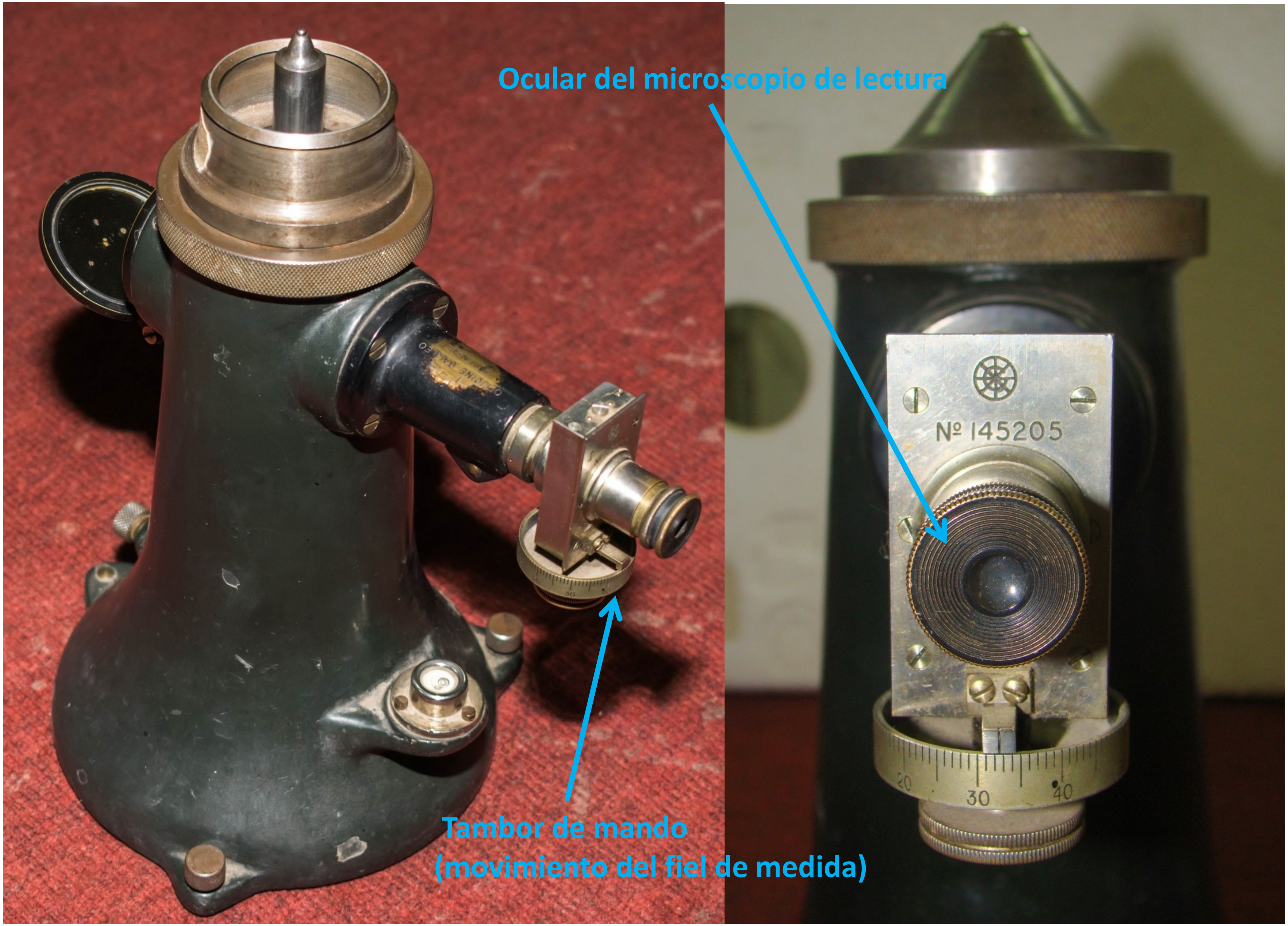
El esferómetro de Askania es de gran utilidad para los ópticos, ya que a partir de una medición indirecta (sagita) podemos calcular el radio de curvatura de una determinada lente.



— Medición con el esferómetro Askania



— Sección de un esferómetro de anillo


Ocular del microscopio de lectura
Tambor de mando
(movimiento del fiel de medida)
Nº 145205
20
30
40

Pasos a seguir para realizar la medición

1-Se selecciona el anillo que se va a utilizar, no debe ser muy pequeño ya que produce errores considerables, el anillo indicado es 2/3 del diámetro de la lente a medir.

2-Se calibra el esferómetro a cero, apoyando sobre el palpador una superficie que se conozca plana y se elige una de las dos líneas del fiel (superior-inferior) giramos el tambor que esta dividido en 100 partes, y colocamos la línea que hayamos elegido sobre un valor, que será nuestro cero relativo.

3-Ahora si se puede apoyar la lente sobre el anillo, utilizaremos el diámetro interno si es convexa la superficie a medir y el diámetro externo si es cóncava; luego verificamos la medida de la curva, si esta coincide exactamente con un valor, se lo anota, si no fuera así, se toma como valor entero el que se encuentra entre los dos valores que contengan al fiel elegido y la parte decimal saldrá de girar el tambor hasta hacer coincidir el fiel con su valor inmediatamente superior, tendremos en el tambor el valor decimal.

4-Ahora debemos realizar la resta entre el valor obtenido para la curva y el del cero, así obtenemos la sagita de la curva.

5-Ahora aplicando la ecuación general de curvatura, sacamos el valor de radio.

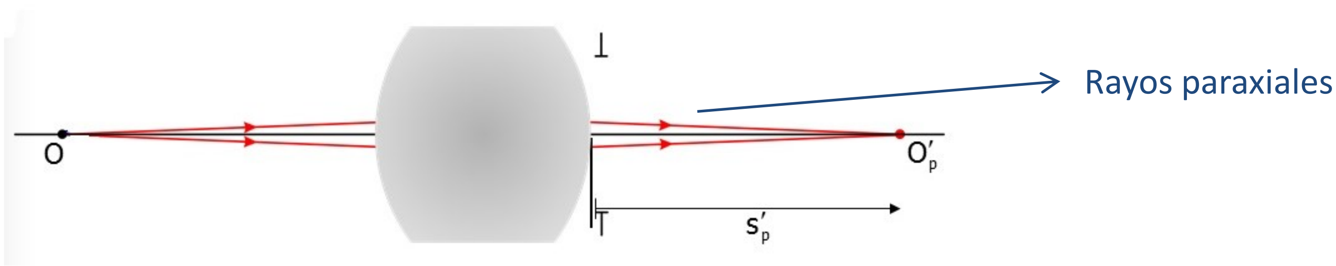
Ecuación Gral de Curvatura

$$\boxed{r = \frac{S}{2} + \frac{D^2}{8s}}$$

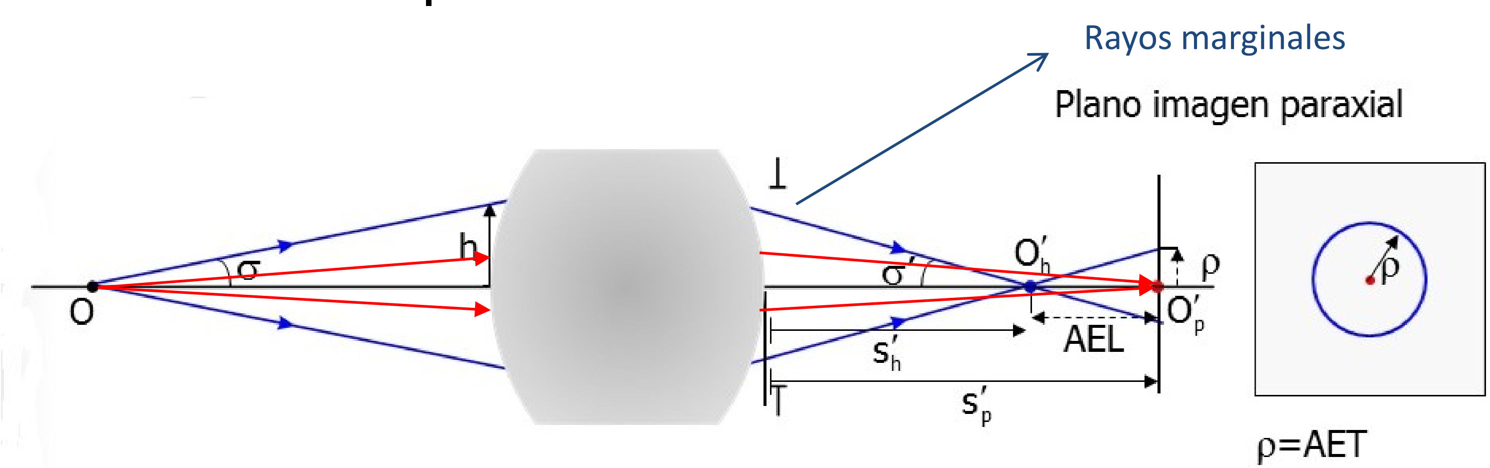
Trabajo practico: medición de la sagita de una lente y posterior calculo del radio de curvatura

Aberración Esférica en una lente simple

En una lente delgada podemos obtener una imagen aceptable cuando utilizamos rayos de luz cercanos al eje principal (rayos paraxiales), cuando utilizamos rayos marginales comprobamos que convergen a un punto mucho más cercano de lo que lo hacen los rayos de la zona axial, este fenómeno se llama aberración esférica.

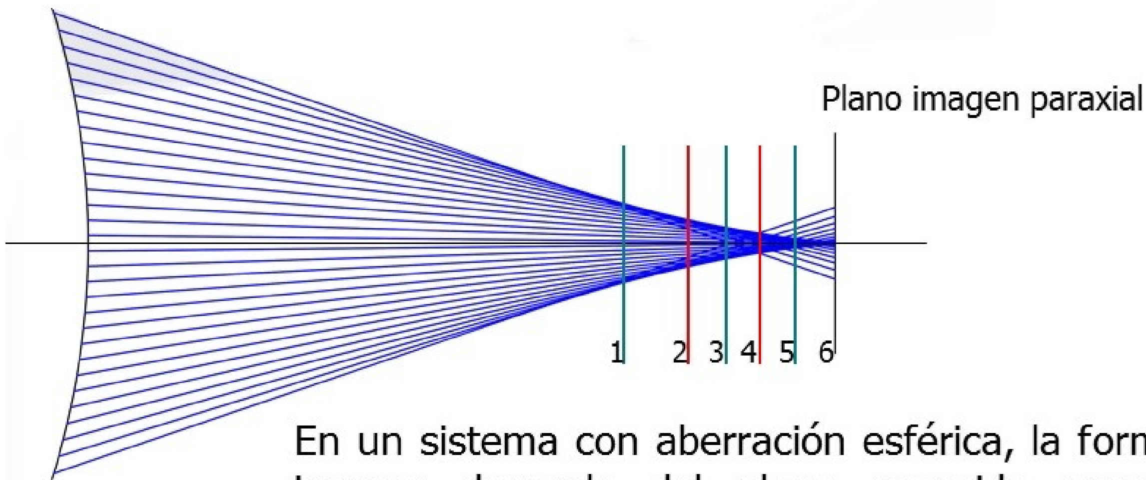


$$AEL = S'_p - S'_h \qquad AET = AEL \tan \sigma'$$

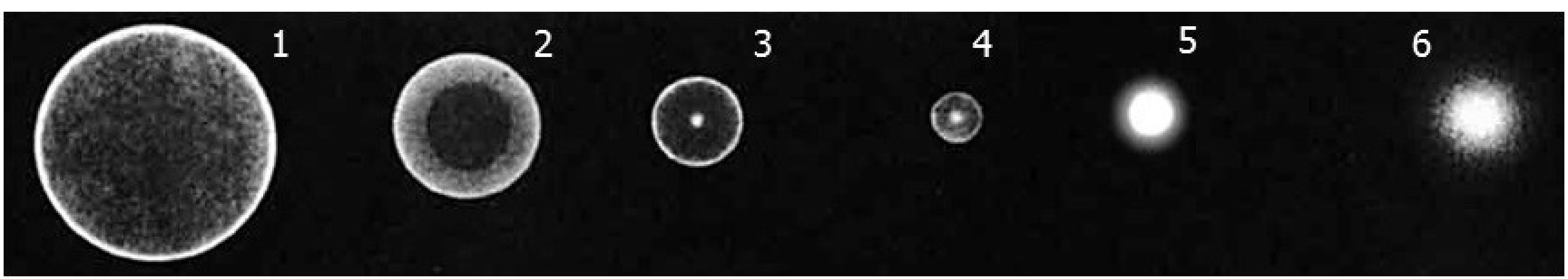


La distancia entre la imagen obtenida entre la zona paraxial y la proporcionada por el cono de rayos de ángulo Ơ, se lo denomina AEL (aberración esférica lateral).
La AET (aberración esférica transversal) es el tamaño de la mancha de luz obtenida en el plano imagen.

Circulo de mínima confusión

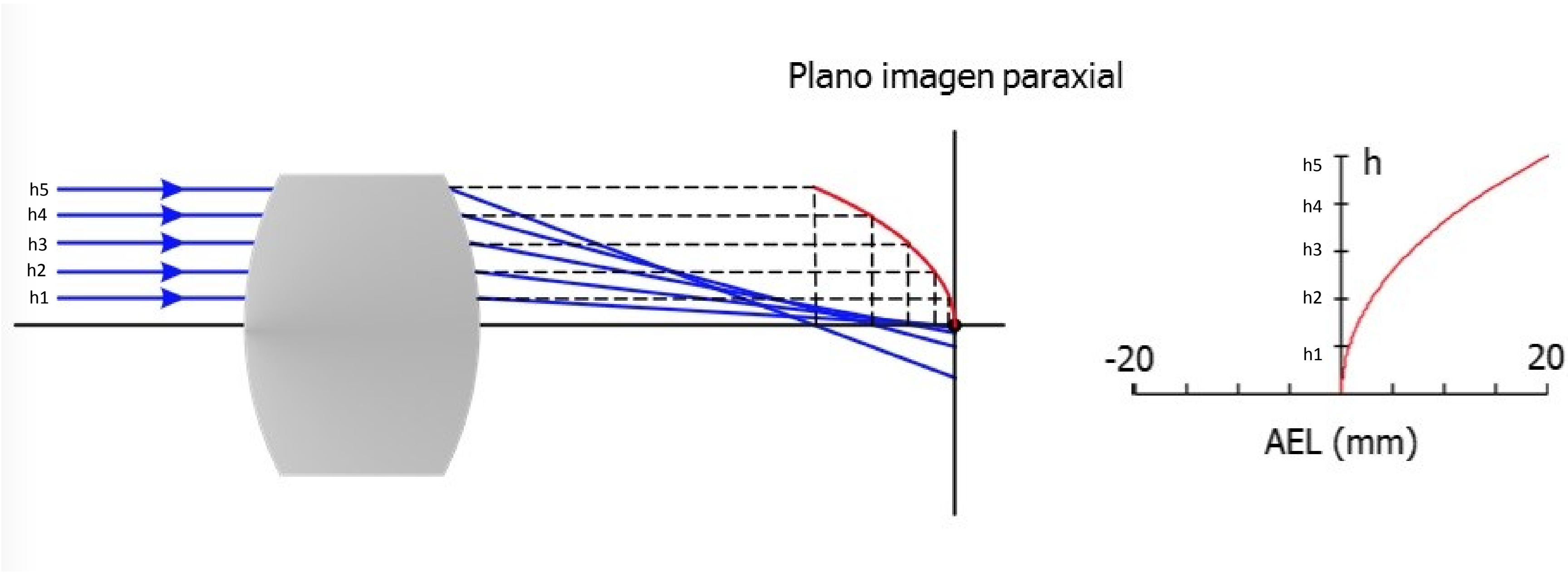


En un sistema con aberración esférica, la forma de la imagen depende del plano escogido como plano imagen. La posición 4 es donde el haz tiene una sección mínima (círculo de mínima confusión).

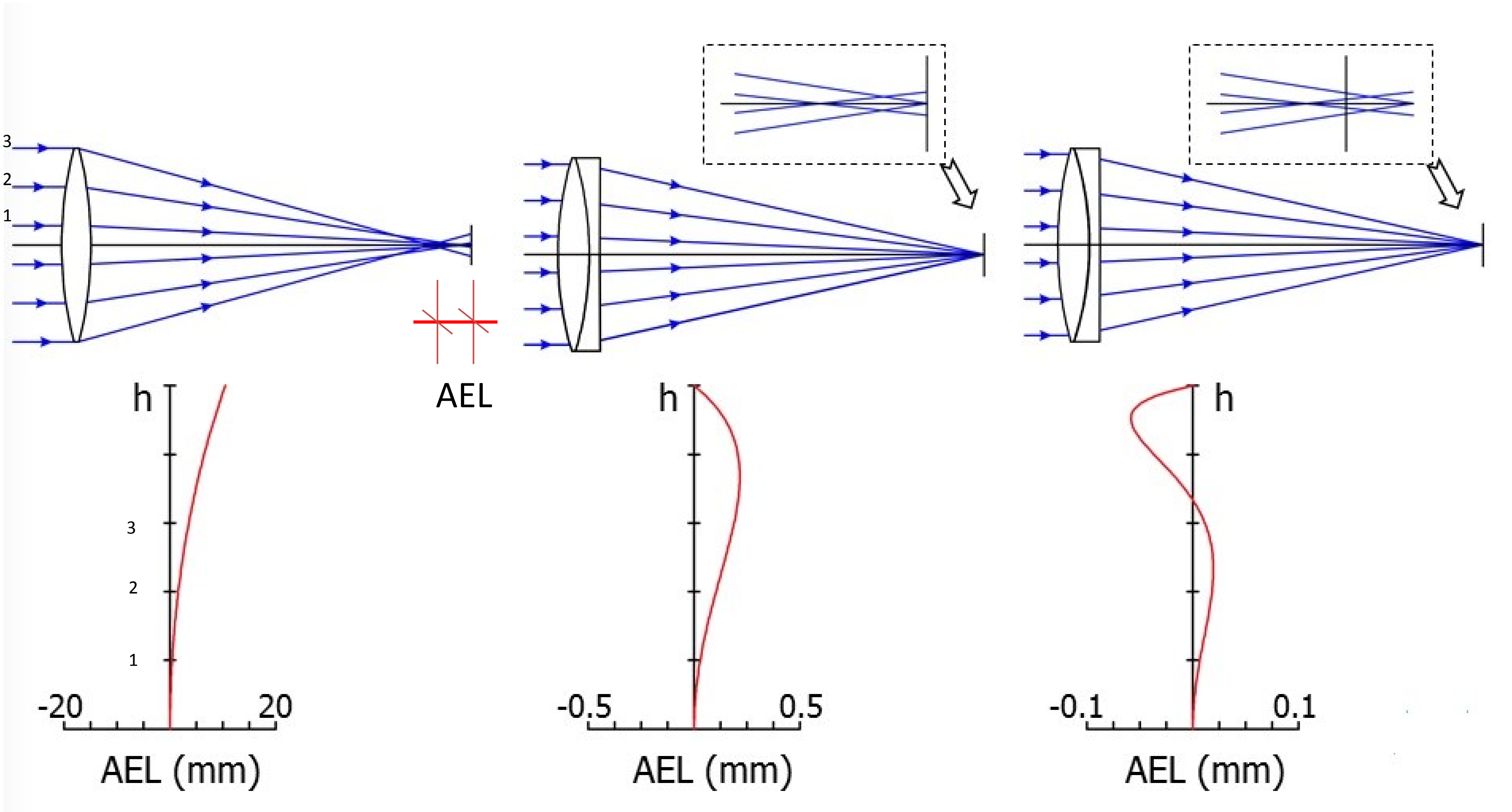


Representación de aberración esférica

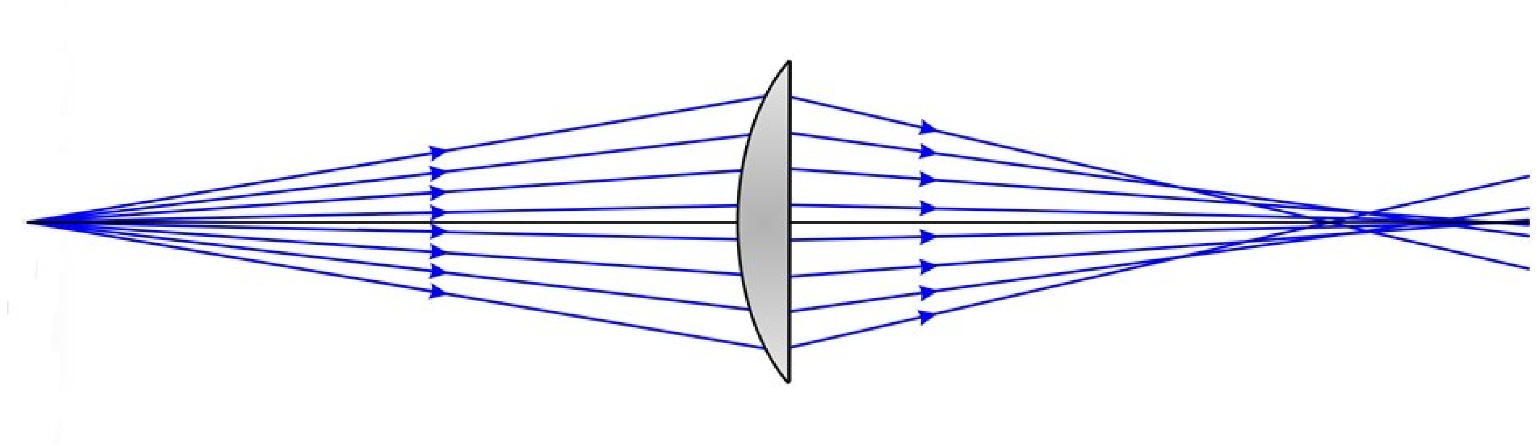
La aberración esférica se representa por un sistema de cartesiano, en el eje y las alturas De las incidencias y en el eje x el valor de la aberración longitudinal.



Distintos tipos de AEL para una misma focal



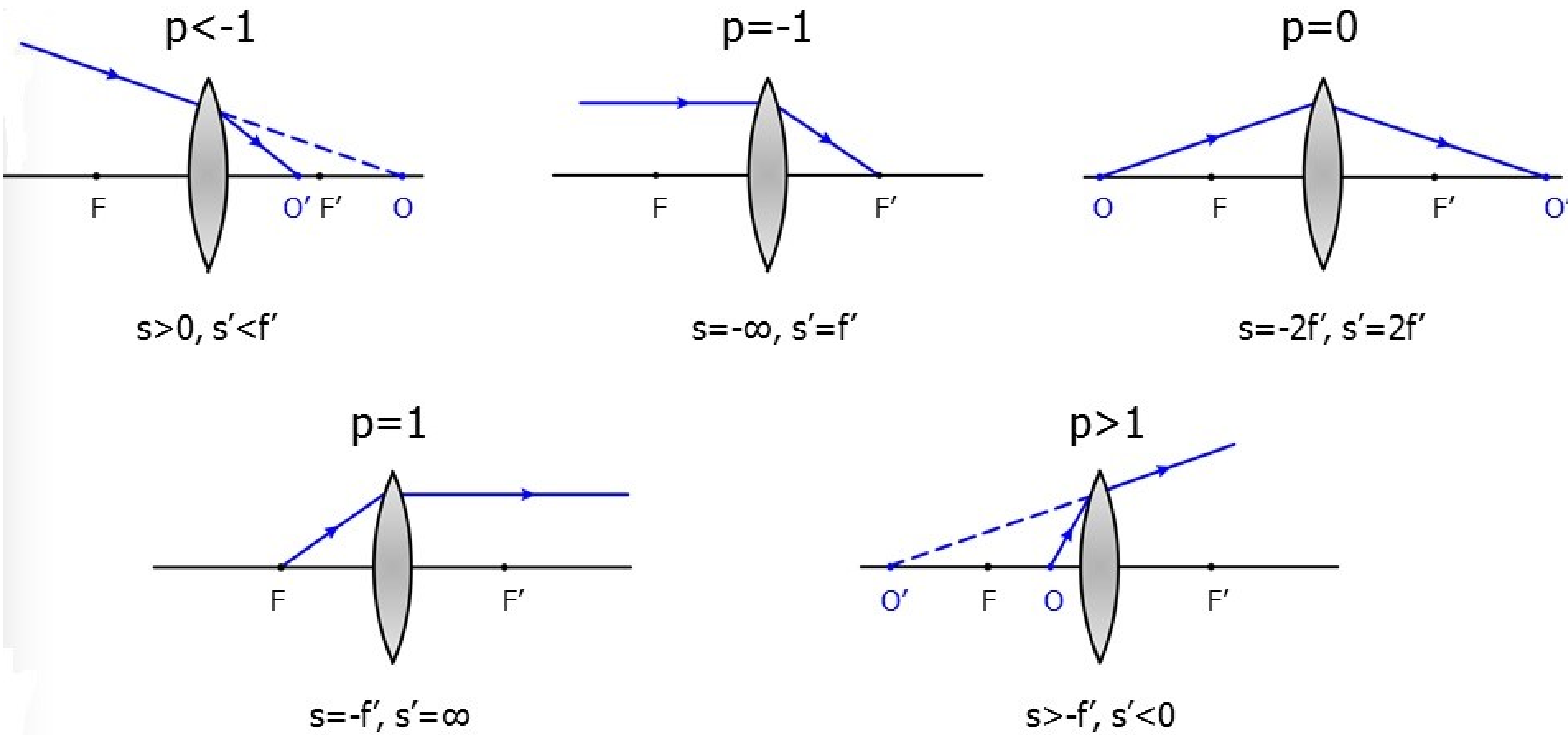
Una lente delgada presenta diferentes valores de aberración, según sea la posición del objeto, la forma de la lente también influye en la aberración esférica.
Por lo que Henry Coddington propuso unas ecuaciones, llamadas factor de posición y de forma



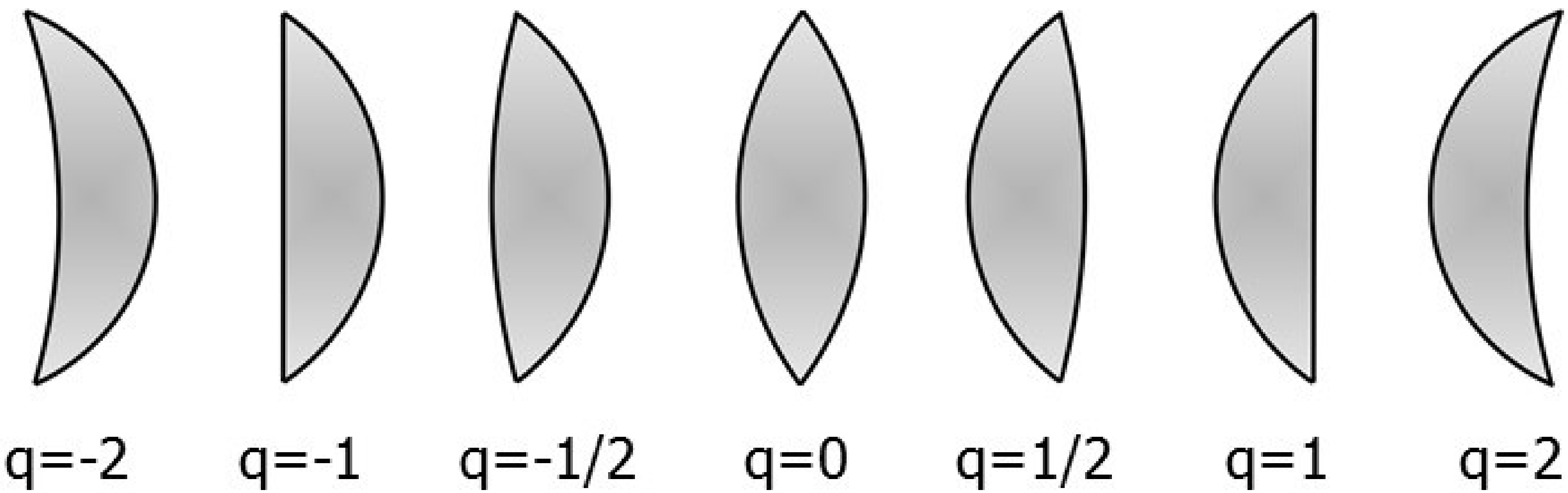
Factor de posición: $$p = \frac{s' + s}{s' - s}$$

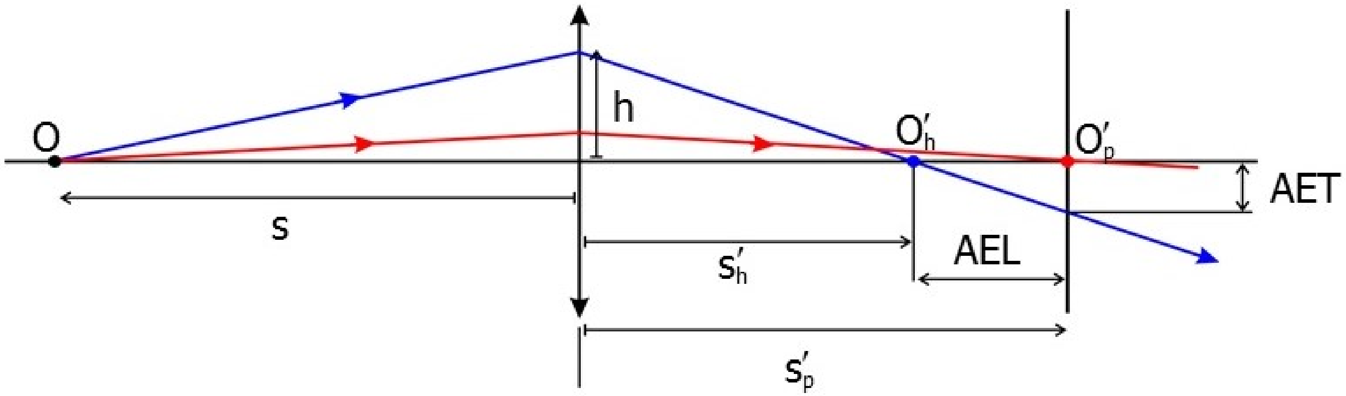
Factor de forma: $$q = \frac{r_2 + r_1}{r_2 - r_1}$$

Factor de posición: $p = \dfrac{s' + s}{s' - s}$



Factor de forma: $$q = \frac{r_2 + r_1}{r_2 - r_1}$$





La aberración esférica se suele cuantificar en dioptrías mediante la cantidad L_s.

$$L_s = \frac{1}{s'_h} - \frac{1}{s'_p}$$

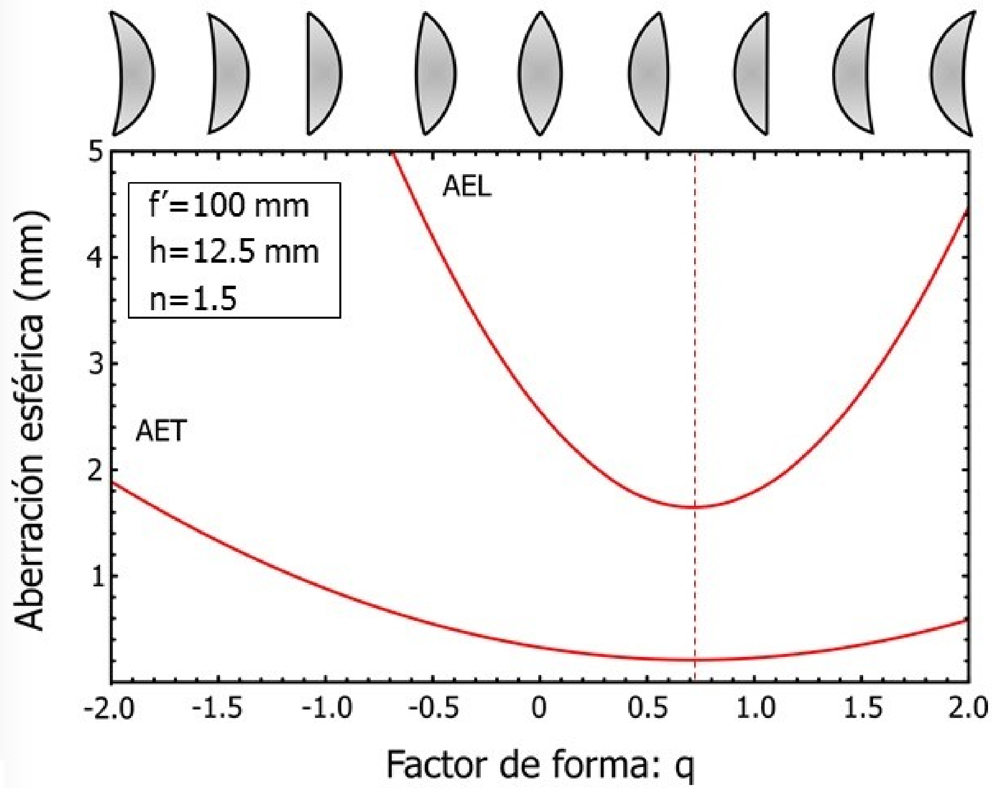
En aproximación de tercer orden, la cantidad L_s puede calcularse mediante una expresión que depende de las características de la lente (n, f′, q), de la posición del objeto (p) y de la altura de incidencia (h)

$$L_s = \frac{h^2}{8f'^3}\frac{1}{n(n-1)}\left[\frac{n+2}{n-1}q^2 + 4(n+1)pq + (3n+2)(n-1)p^2 + \frac{n^3}{n-1}\right]$$

Minimización de la aberración esférica $$\frac{\partial L_s}{\partial q} = 0$$

$$q = -\frac{2\left(n^2-1\right)}{\left(n+2\right)}p$$

Por ejemplo supongamos el objeto en el infinito y obtengamos la forma de una lente de f´=100 mm e índice 1.5

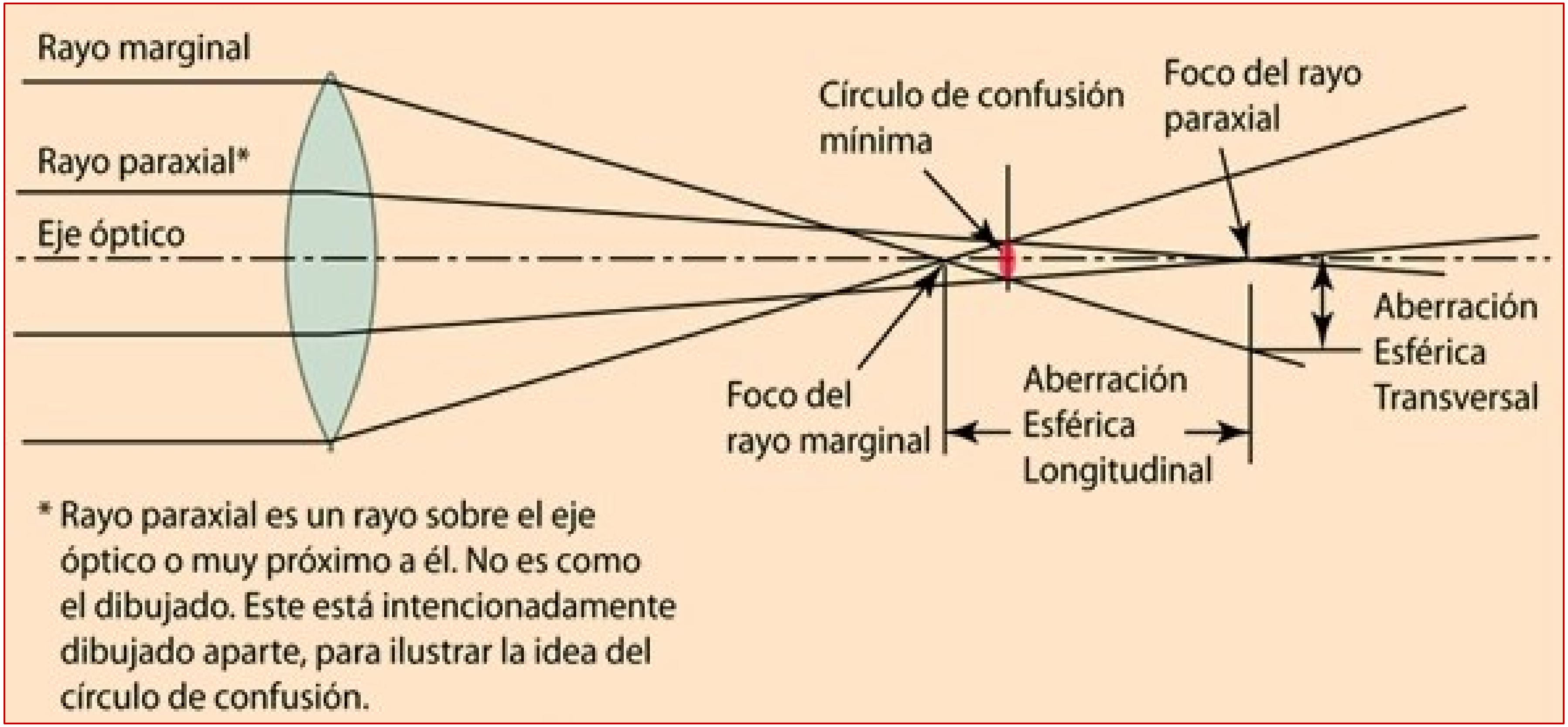


p=-1

$$q = -\frac{2\left(n^2-1\right)p}{n+2} = 0.714$$

Lente de la mejor forma

En una lente delgada podemos obtener una imagen aceptable cuando utilizamos rayos de luz cercanos al eje principal (rayos paraxiales), cuando utilizamos rayos marginales comprobamos que convergen a un punto mucho más cercano de lo que lo hacen los rayos de la zona axial, este fenómeno se llama aberración esférica.



Con una sola lente la aberración esférica no puede ser completamente eliminada, pero si se puede reducir al mínimo, esto se lleva a cabo con una adecuada elección de los radios de curvatura de la lente en cuestión, la lente simple que reduce la aberración esférica al mínimo para un objeto infinitamente lejano, se llama de la mejor forma.

$$q = \frac{R2 + R1}{R2 - R1}$$

Factor de forma

$$p = \frac{S' + S}{S' - S}$$

Factor de posición

$$q = \frac{-2\ (n^2 - 1)}{n + 2}\ p$$

Condición para minima aberración esferica

Para el caso de un vidrio de indice de refracción n=3/2 y posicion p=-1

$$q = \frac{-2\ (n^2 - 1)}{n + 2}\ p$$

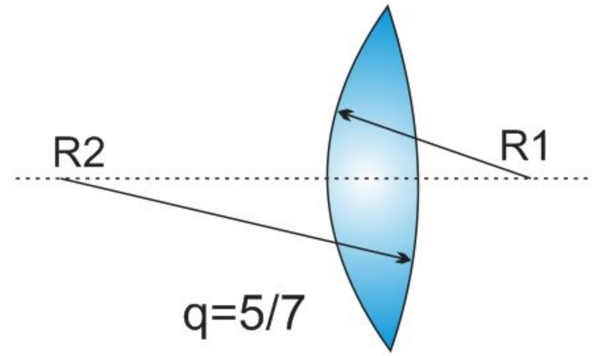
$$q = \frac{-2\ (3/2^2 - 1)}{3/2 + 2}\ -1 \longrightarrow \frac{-2\ (9/4 - 1)}{7/2}\ -1$$

$$q = \frac{2\ (5/4)}{7/2} = \frac{5/2}{7/2} = \frac{5}{7}$$

$$\boxed{q = 5/7 = 0.714}$$

Calculamos la relación de radios
para una lente simple (lente de la mejor forma)

R1=23.5mm
R2= - 6 .23.5mm= -141mm



$$q = \frac{R2 + R1}{R2 - R1} = 5/7$$

$$R2 + R1 = 5/7 \ (R2 - R1)$$

$$R2 + R1 = 5/7\, R2 - 5/7\, R1$$

$$R2 - 5/7\, R2 = -5/7\, R1 - R1$$

$$2/7\, R2 = -12/7\, R1 \longrightarrow \frac{R1}{R2} = \frac{2/7}{-12/7}$$

$$\frac{R1}{R2} = \frac{1}{-6} = -0.166$$

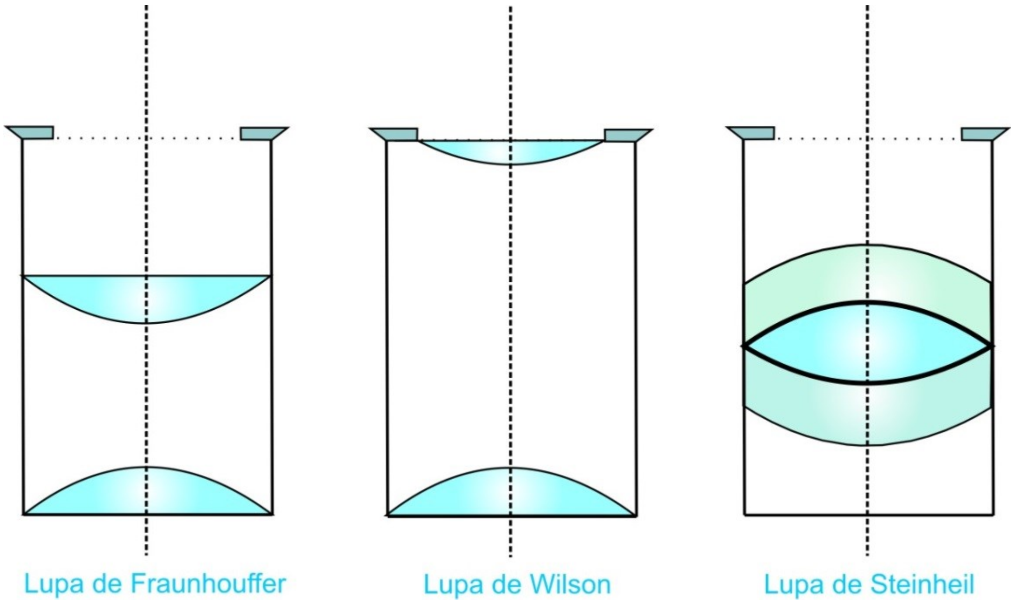
$$\boxed{R2 = -6R1}$$

<u>Ejercicio propuesto</u>:

Diseñar una lente de la mejor forma, para minimizar la aberración esférica de una lente biconvexa de radios 131,56 mm, construida de vidrio óptico BK7 de índice de refracción 1,5168 A)- Hallar la focal de la lente primaria. B)- Hallar el factor de posición para un objeto en el infinito y su imagen en el foco. C)- Hallar el factor de forma para el factor p. D)- Hallar los radios para la lente de la mejor forma y verificar que su valor focal sea el mismo que la lente primaria.

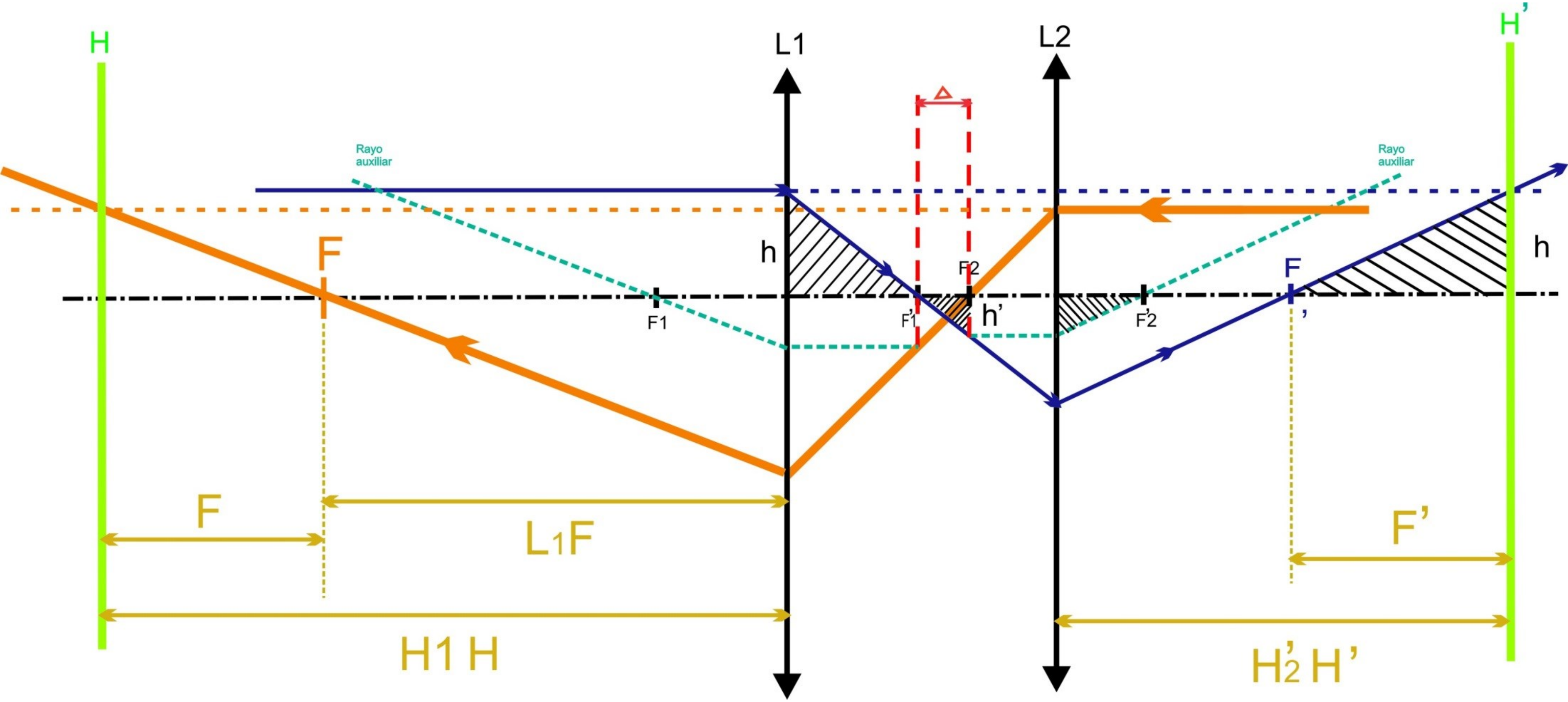
Dobletes de lentes

Dos lentes delgadas que se encuentran ubicadas sobre el mismo eje constituyen un sistema centrado llamado doblete, si las lentes se encuentran adosadas la distancia (d) es igual a cero, este valor siempre se considera positivo. El intervalo óptico (Δ), es la distancia entre el Foco imagen de la primera lente y el foco objeto de la segunda lente; el origen de esta Distancia es el foco imagen de la 1era lente, por lo tanto Δ será positivo cuando f2 se Encuentre a la derecha de f´1 y será negativo en el caso contrario f2 a la izquierda de f´1.

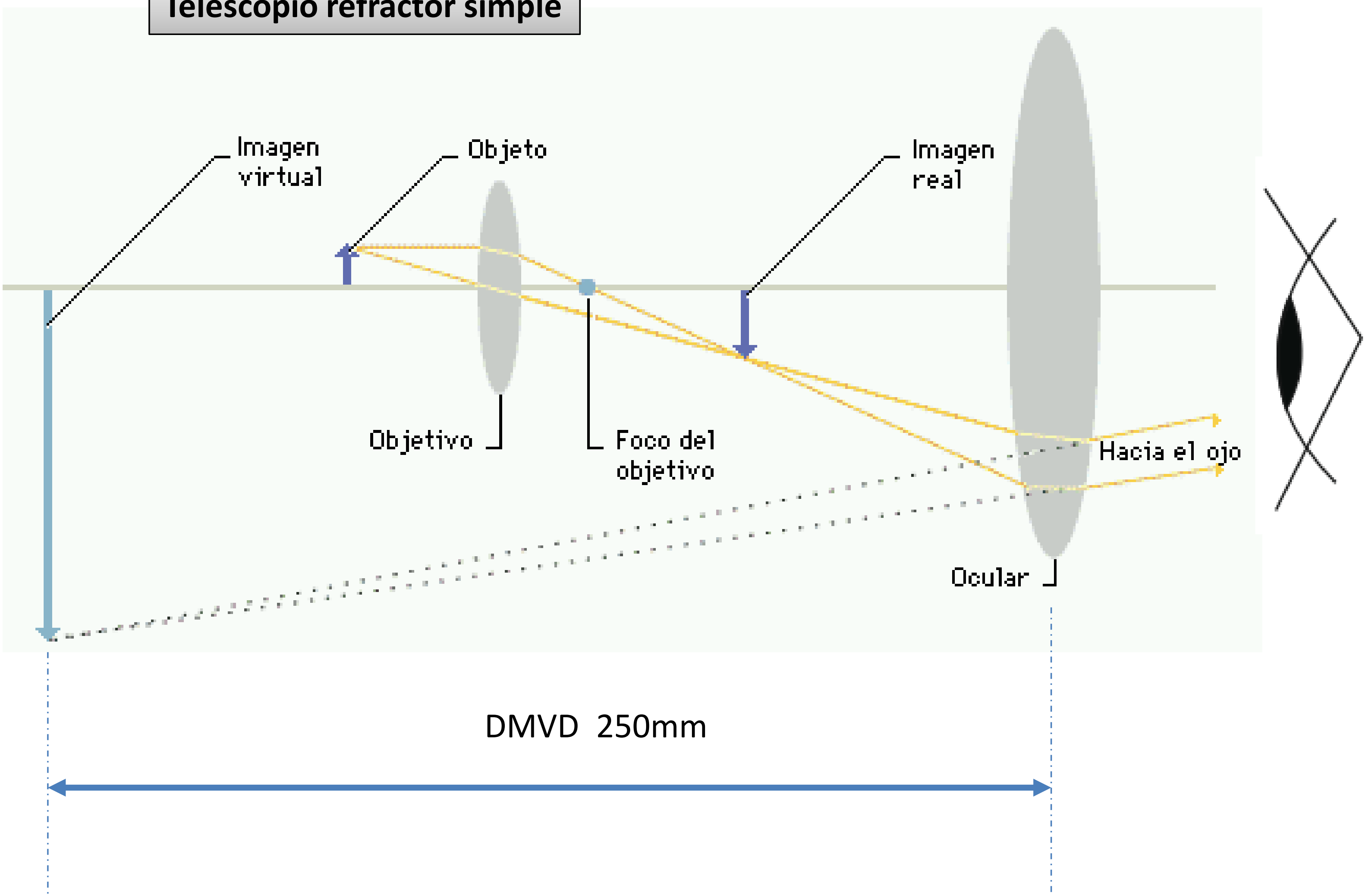


Doblete de lentes

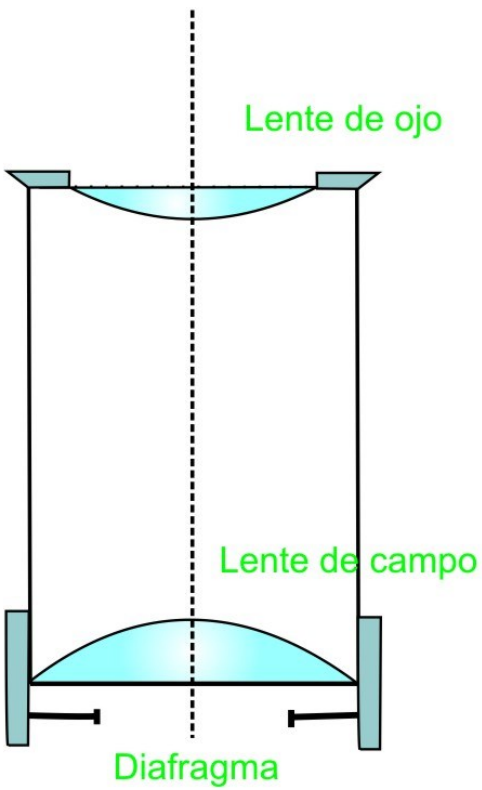
Determinación grafica de los focos y planos principales del sistema de lentes



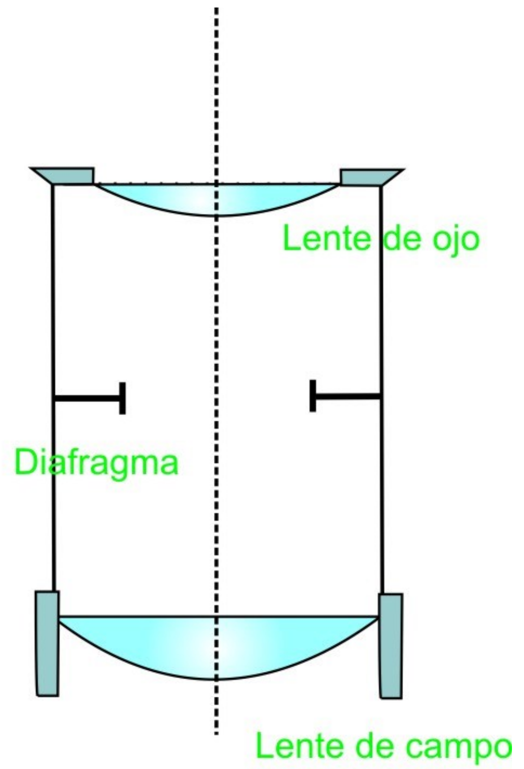
Telescopio refractor simple



Oculares



Ocular de Ramsden

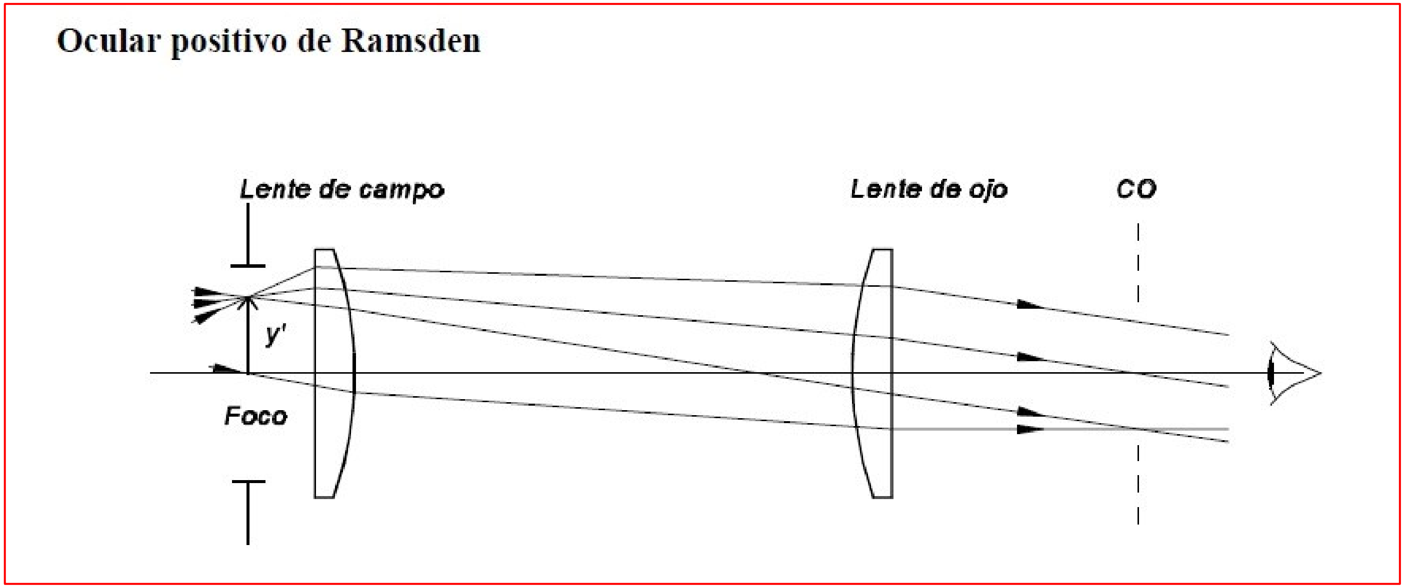


Ocular de Huygens

Los oculares compuestos tienen campos aparentes más grandes que las lentes simples, el objeto es la imagen virtual que nos proporciona el objetivo y puede encontrarse en cualquier posición.

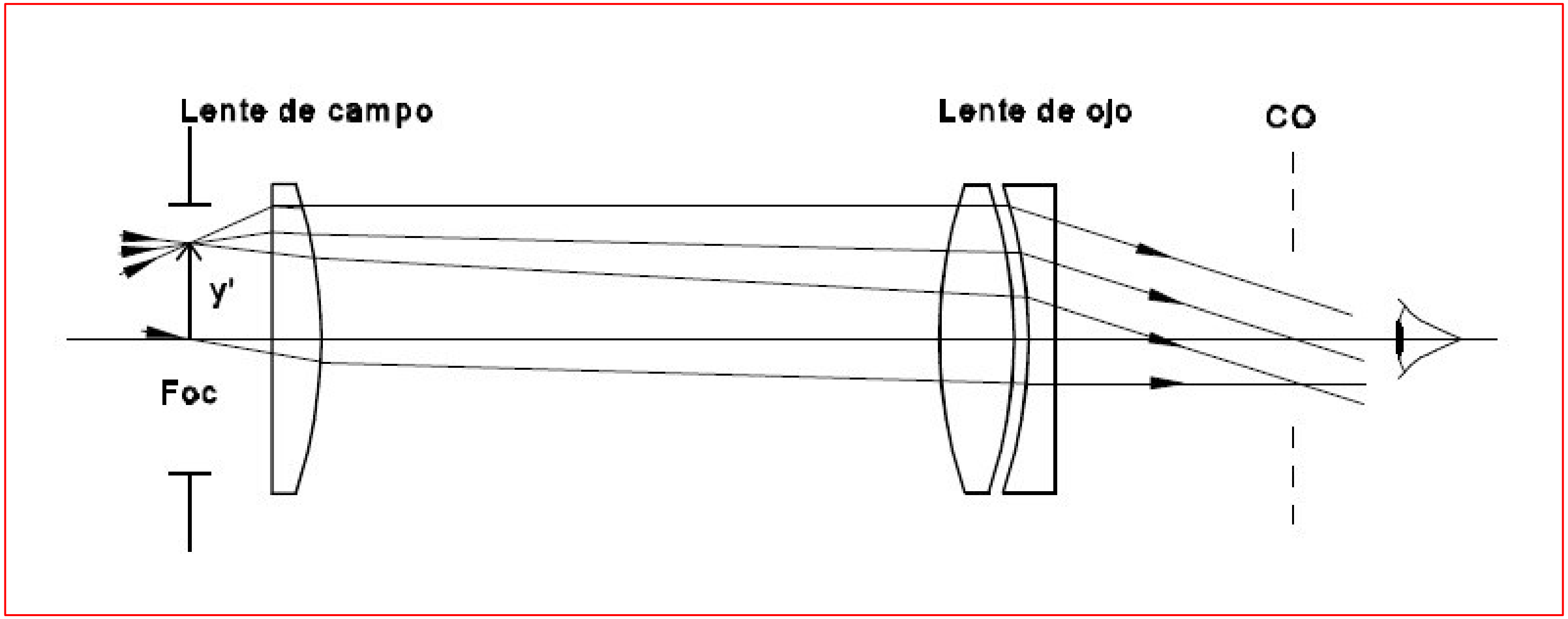
Los oculares están formados por dos lentes plano convexas de vidrio Crown, separadas una cierta distancia y centradas sobre el mismo eje. Se suelen caracterizar por tres números que son proporcionales a la distancia focal de la lente de campo, la distancia entre lentes y la focal de la lente de ojo.

El ocular de Ramsden se denomina positivo ya que el plano focal objeto está delante de la primera superficie de entrada y la imagen y´ juega el papel de objeto para el ocular.
El diafragma y retículo de un anteojo pueden situarse en donde se encuentra la imagen del objetivo.

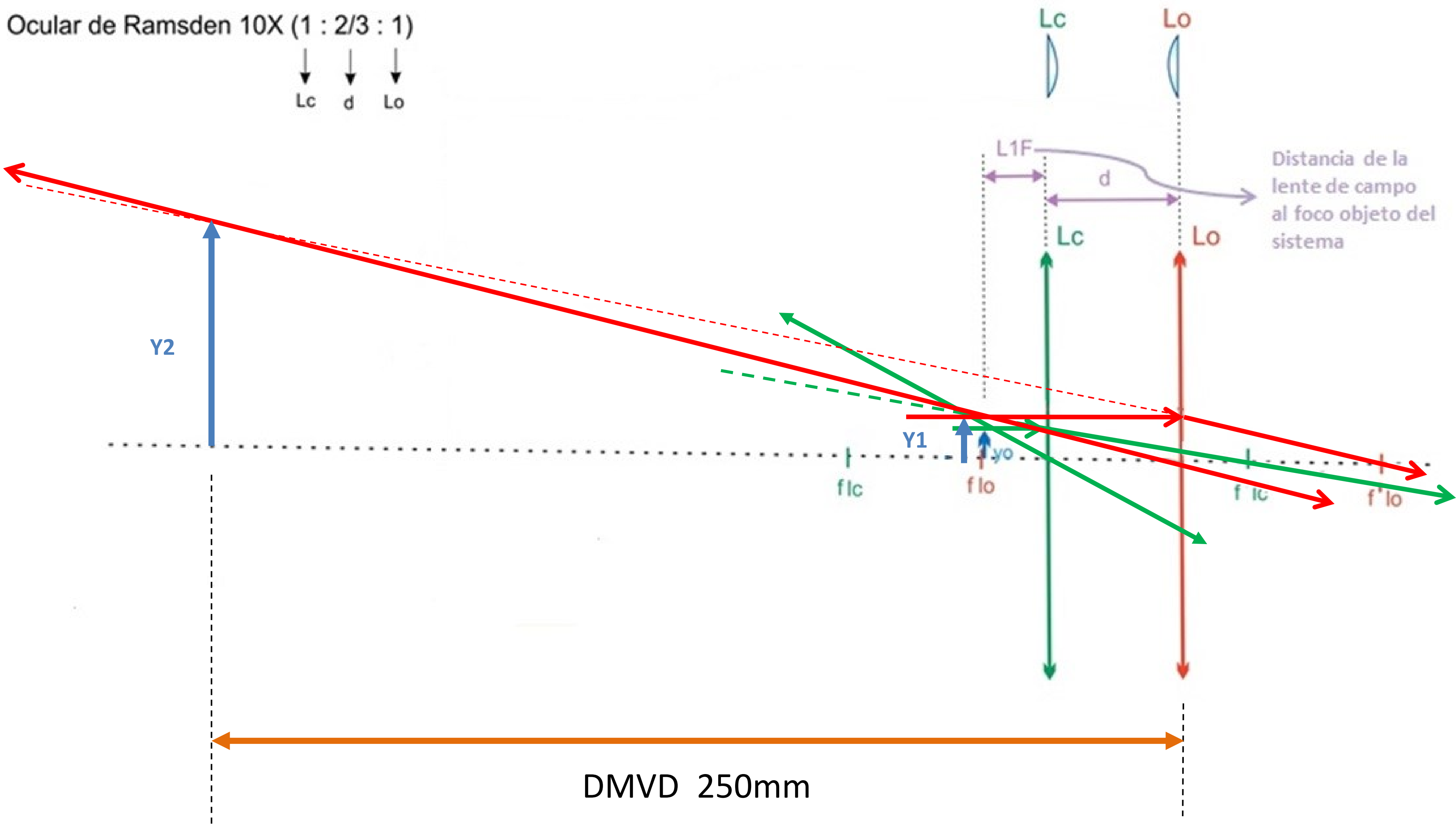


El ocular Ramsden puede mejorar con la substitución de la lente ocular por dos lentes adosadas, donde una es divergente y donde la cara de emergencia siempre es plana, se obtiene así el ocular de Kellner muy utilizado en la mayoría de los anteojos.

Ocular de Kellner

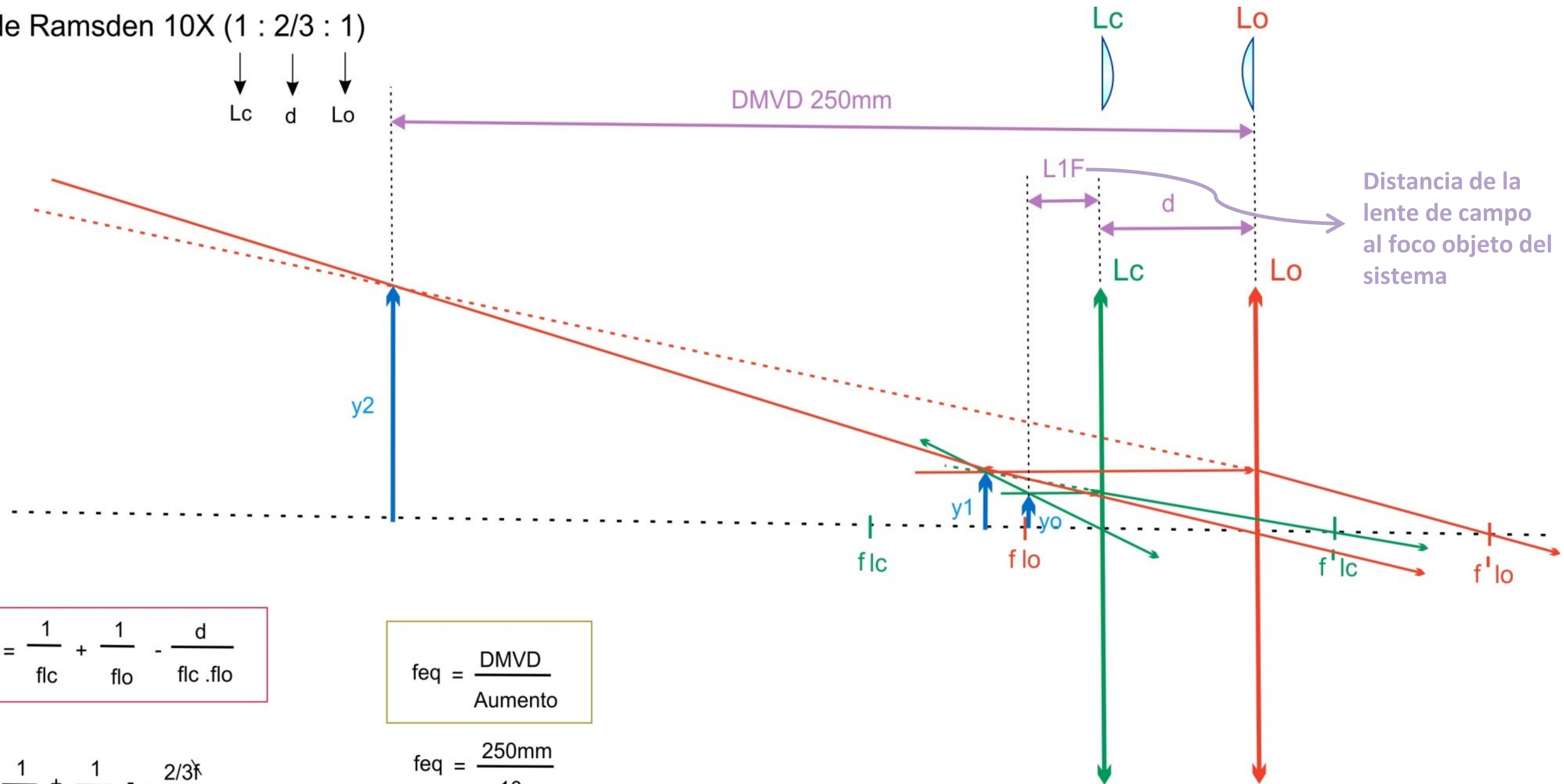


Marcha de rayos en un ocular de Ramsden



Ocular de Ramsden 10X (1 : 2/3 : 1)

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$
Lc d Lo



$$\boxed{\frac{1}{feq} = \frac{1}{flc} + \frac{1}{flo} - \frac{d}{flc\,.flo}}$$

$$\boxed{feq = \frac{DMVD}{Aumento}}$$

$$feq = \frac{250mm}{10}$$

$$\boxed{feq = 25mm}$$

$$\frac{1}{feq} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f} - \frac{2/3\cancel{f}}{f^{\cancel{2}}}$$

$$\frac{1}{feq} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f} - \frac{2/3}{f}$$

$$\frac{1}{feq} = \frac{4/3}{f}$$

$$\boxed{f = 4/3\ feq} \rightarrow f = 4/3\ .\ 25mm \quad \boxed{f = 33{,}33mm}$$

Ahora en la relación (1 : 2/3 : 1)

$$flc = 1.\ 33{,}33mm = 33{,}33mm$$
$$d = 2/3\ .\ 33{,}33mm = 22{,}22mm$$
$$flo = 1.\ 33{,}33mm = 33{,}33mm$$

$$\boxed{F' = \frac{f'1\ .\ f'2}{f'1 + f'2 - d}}$$

$$F' = \frac{33{,}33mm\ .\ 33{,}33mm}{33{,}33 + 33{,}33 - 22{,}22}$$

$$\boxed{F' = 24{,}99mm}$$

$$\boxed{F = -\frac{f'1\ .\ f'2}{f'1 + f'2 - d}}$$

$$\boxed{F = -24{,}99mm}$$

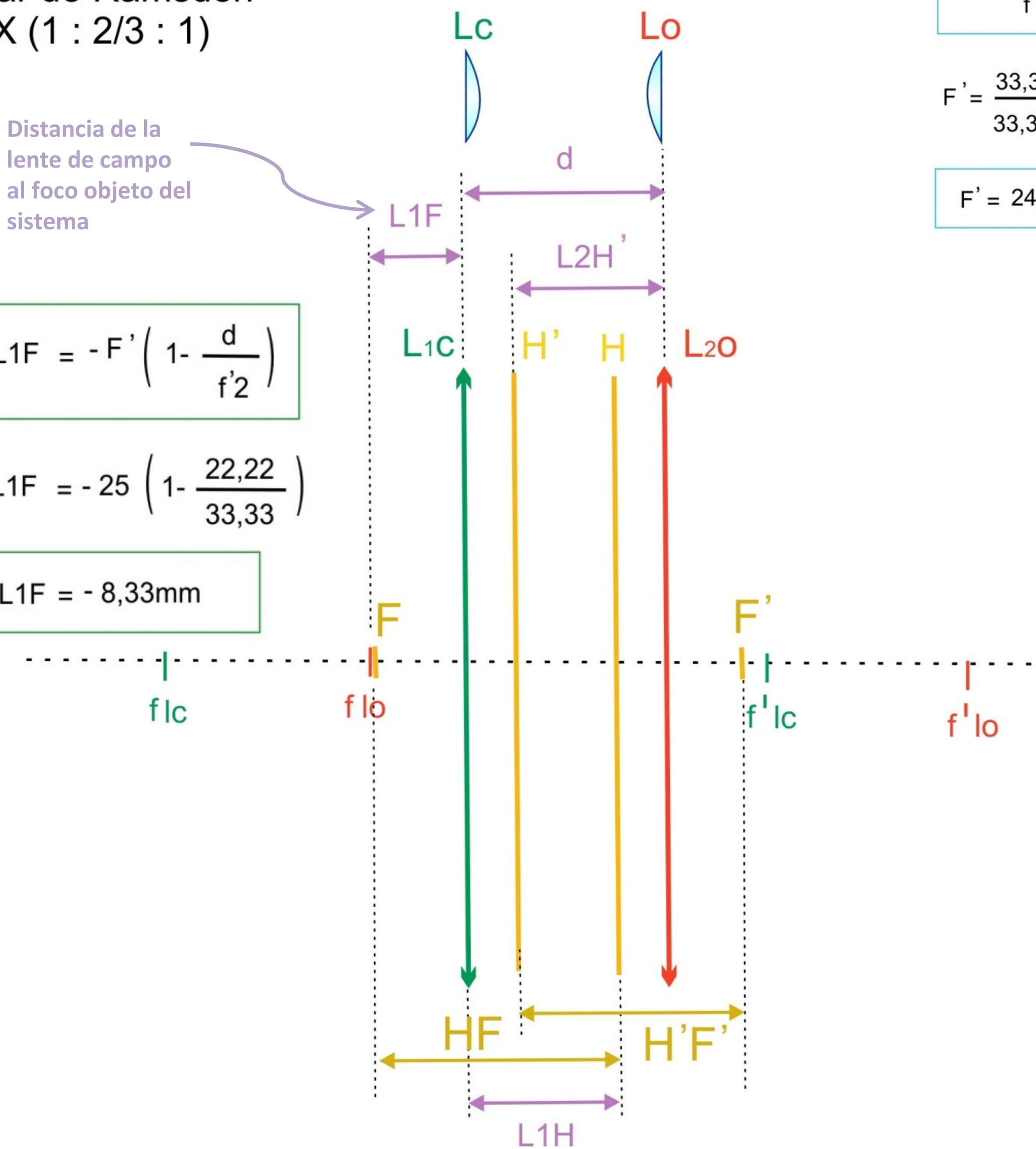
$$\boxed{L1F = -F'\left(1 - \frac{d}{f'2}\right)}$$

$$L1F = -25\left(1 - \frac{22{,}22}{33{,}33}\right)$$

$$\boxed{L1F = -8{,}33mm}$$

Planos principales y Focales del sistema

Ocular de Ramsden
10X (1 : 2/3 : 1)



$$\boxed{L1F = -F'\left(1-\frac{d}{f'2}\right)}$$

$$L1F = -25\left(1-\frac{22,22}{33,33}\right)$$

$$\boxed{L1F = -8,33mm}$$

$$\boxed{F' = \frac{f'1 \, . \, f'2}{f'1 + f'2 - d}}$$

$$\boxed{F = -\frac{f'1 \, . \, f'2}{f'1 + f'2 - d}}$$

$$F' = \frac{33,33mm \, . \, 33,33mm}{33,33 + 33,33 - 22,22}$$

$$\boxed{F' = 24,99mm}$$

$$\boxed{F = -24,99mm}$$

$$\boxed{L_1H = \frac{F' \times d}{f'2}}$$

$$L_1H = \frac{25 \times 22,22}{33,33}$$

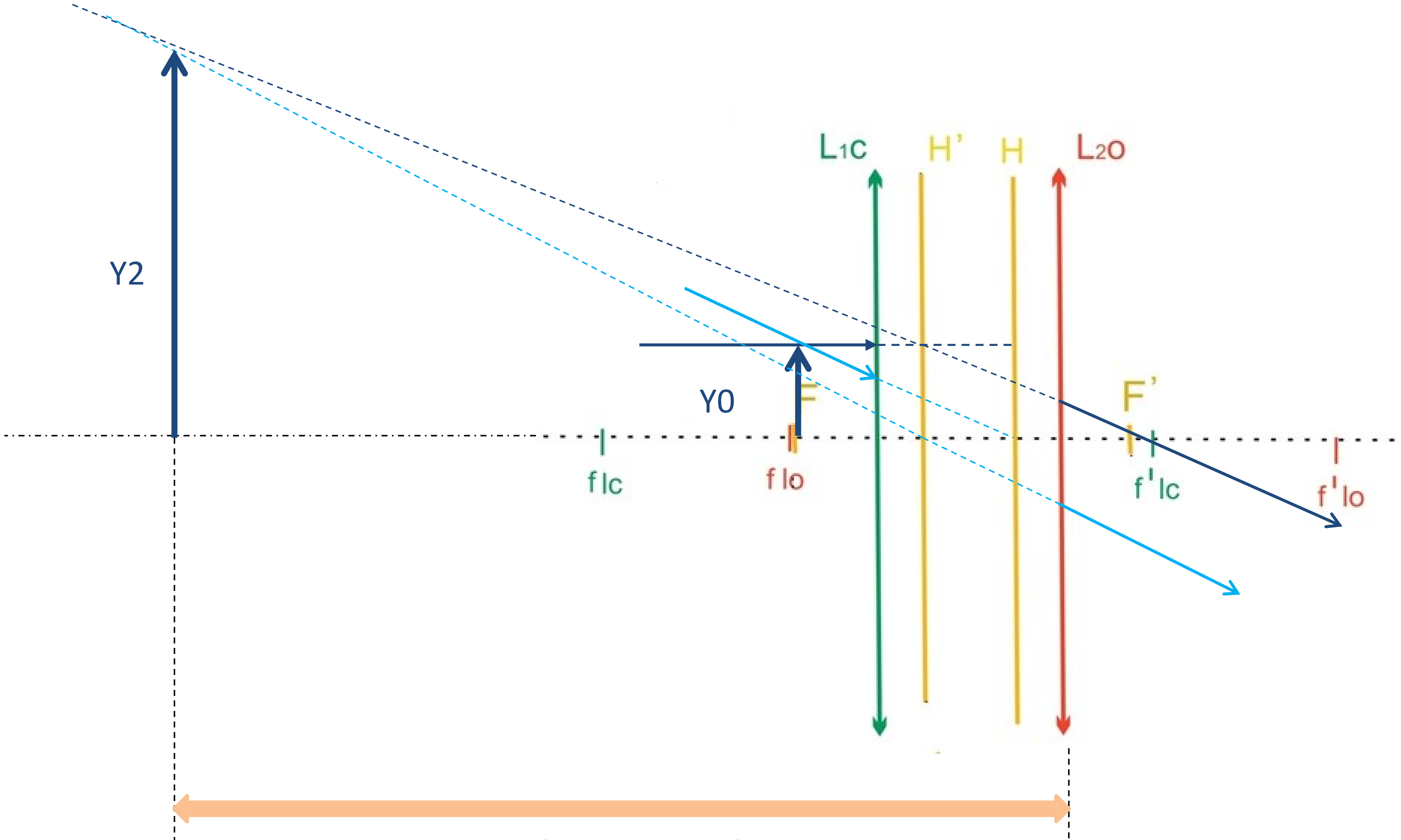
$$\boxed{L_1H = 16,66}$$

$$\boxed{L_2H' = \frac{F' \times d}{-f'1}}$$

$$L_2H' = \frac{25 \times 22,22}{-33,33}$$

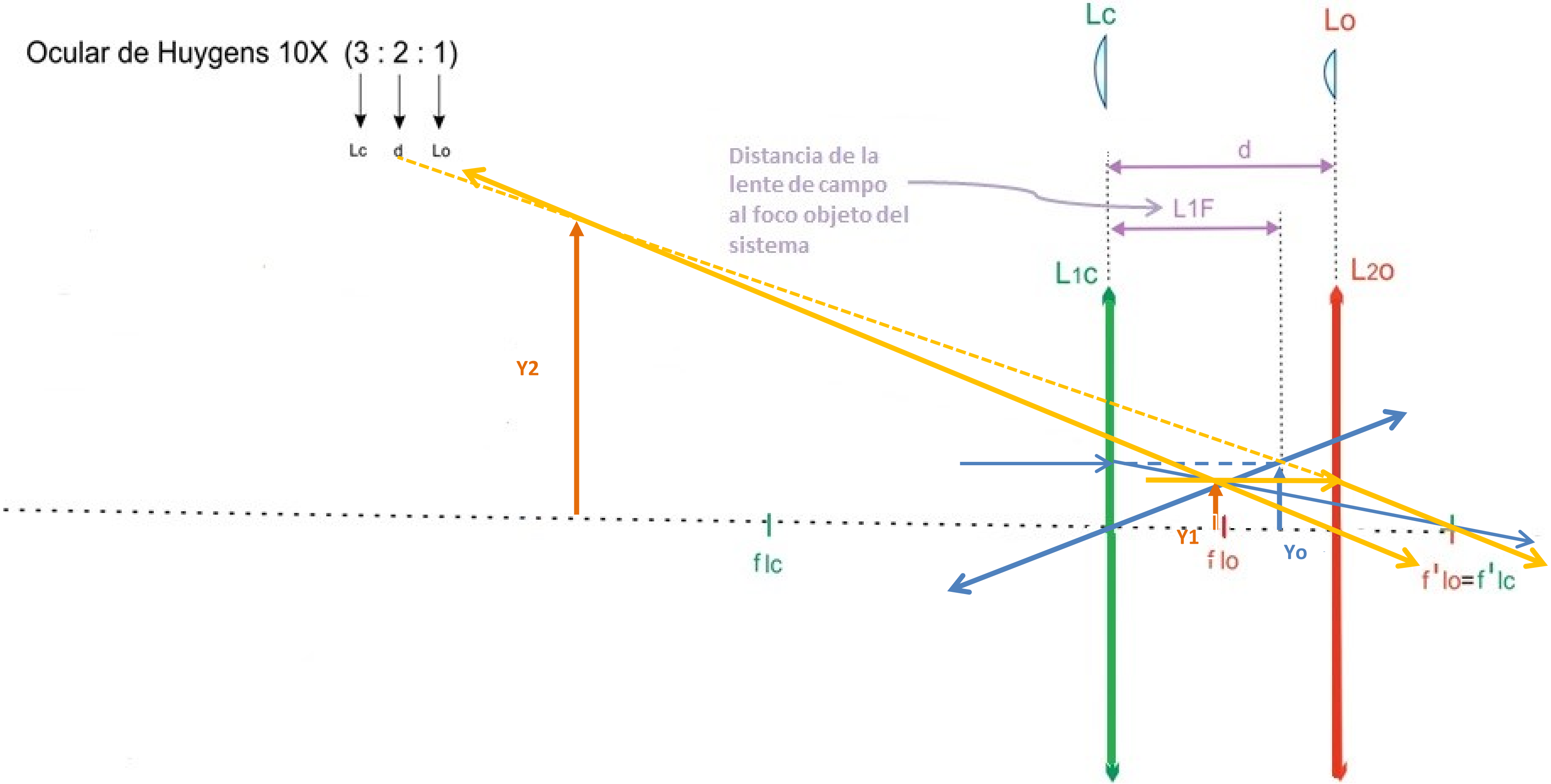
$$\boxed{L_2H' = -16,66}$$

Marcha de rayos en un ocular de Ramsden



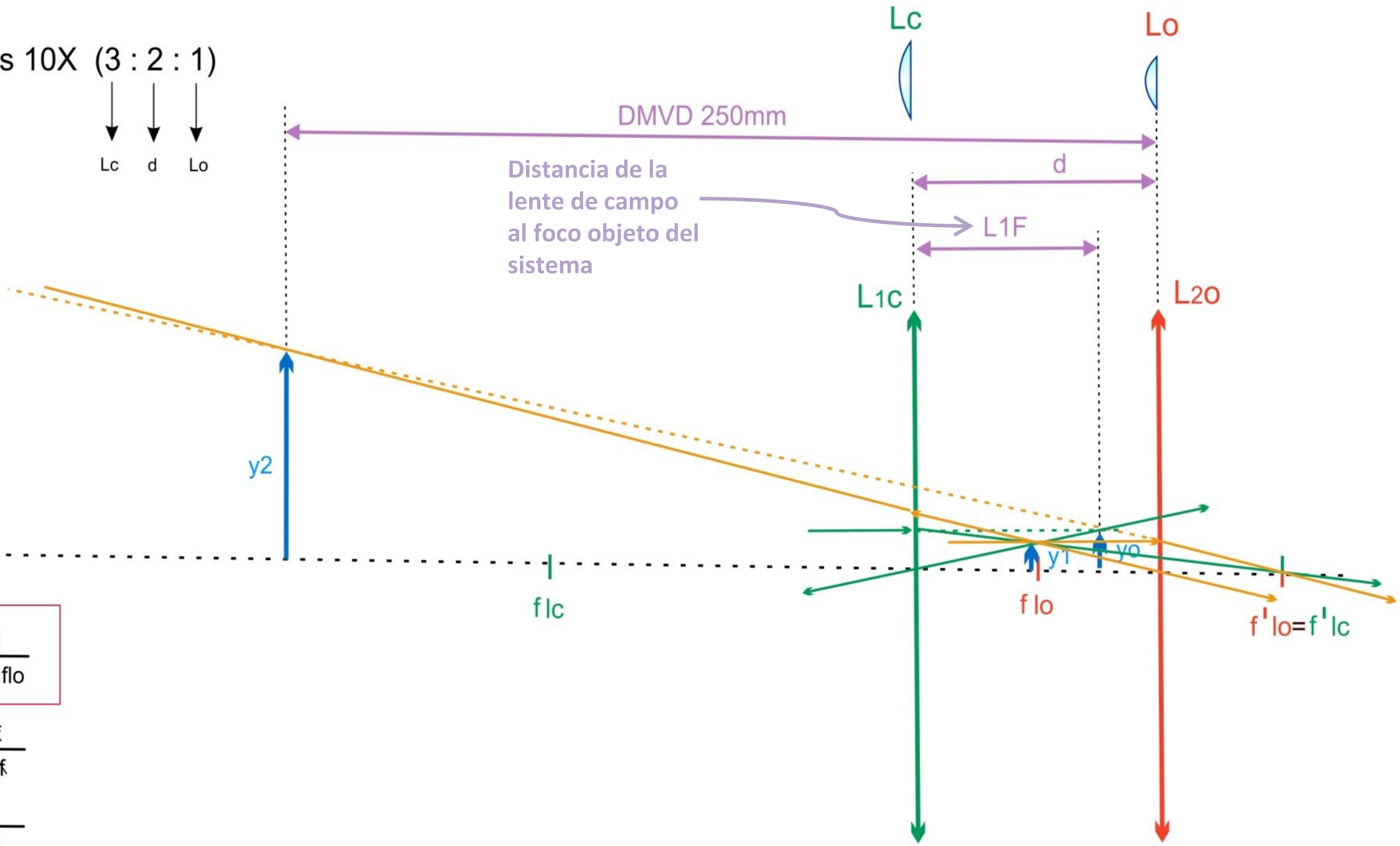
Distancia mínima de visión directa

Marcha de rayos en un ocular de Huygens



Ocular de Huygens 10X (3 : 2 : 1)

$\downarrow$ Lc $\downarrow$ d $\downarrow$ Lo



$$\boxed{feq = \frac{DMVD}{Aumento}}$$

$$feq = \frac{250mm}{10}$$

$$\boxed{feq = 25mm}$$

$$\boxed{\frac{1}{feq} = \frac{1}{flc} + \frac{1}{flo} - \frac{d}{flc\,.flo}}$$

$$\frac{1}{feq} = \frac{1}{3f} + \frac{1}{f} - \frac{2\cancel{f}}{3f.\cancel{f}}$$

$$\frac{1}{feq} = \frac{1}{3f} + \frac{1}{f} - \frac{2}{3f}$$

$$\frac{1}{feq} = \frac{2}{3f} \rightarrow 3f = 2\,.feq$$

$$\boxed{f = 2/3\ feq} \rightarrow f = 2/3\,.\,25mm$$

$$\boxed{f = 16{,}66mm}$$

Ahora en la relación (3 : 2 : 1)

$flc = 3.\ 16{,}66mm = 50mm$

$d = 2\,.\ 16{,}66mm = 33{,}3mm$

$flo = 1.\ 16{,}66mm = 16{,}66mm$

$$\boxed{F' = \frac{f'1\,.\,f'2}{f'1 + f'2 - d}}$$

$$F' = \frac{50mm\,.\,16{,}66mm}{50 + 16{,}66 - 33{,}3}$$

$$\boxed{F' = 24{,}99mm}$$

$$\boxed{F = -\frac{f'1\,.\,f'2}{f'1 + f'2 - d}}$$

$$\boxed{F = -24{,}99mm}$$

$$\boxed{L1F = -F'\left(1 - \frac{d}{f'2}\right)}$$

$$L1F = -24{,}99\left(1 - \frac{33{,}33}{16{,}66}\right)$$

$$\boxed{L1F = 25{,}01mm}$$

(Planos principales y Focales del sistema)

Ocular de Huygens
10X (3 : 2 : 1)

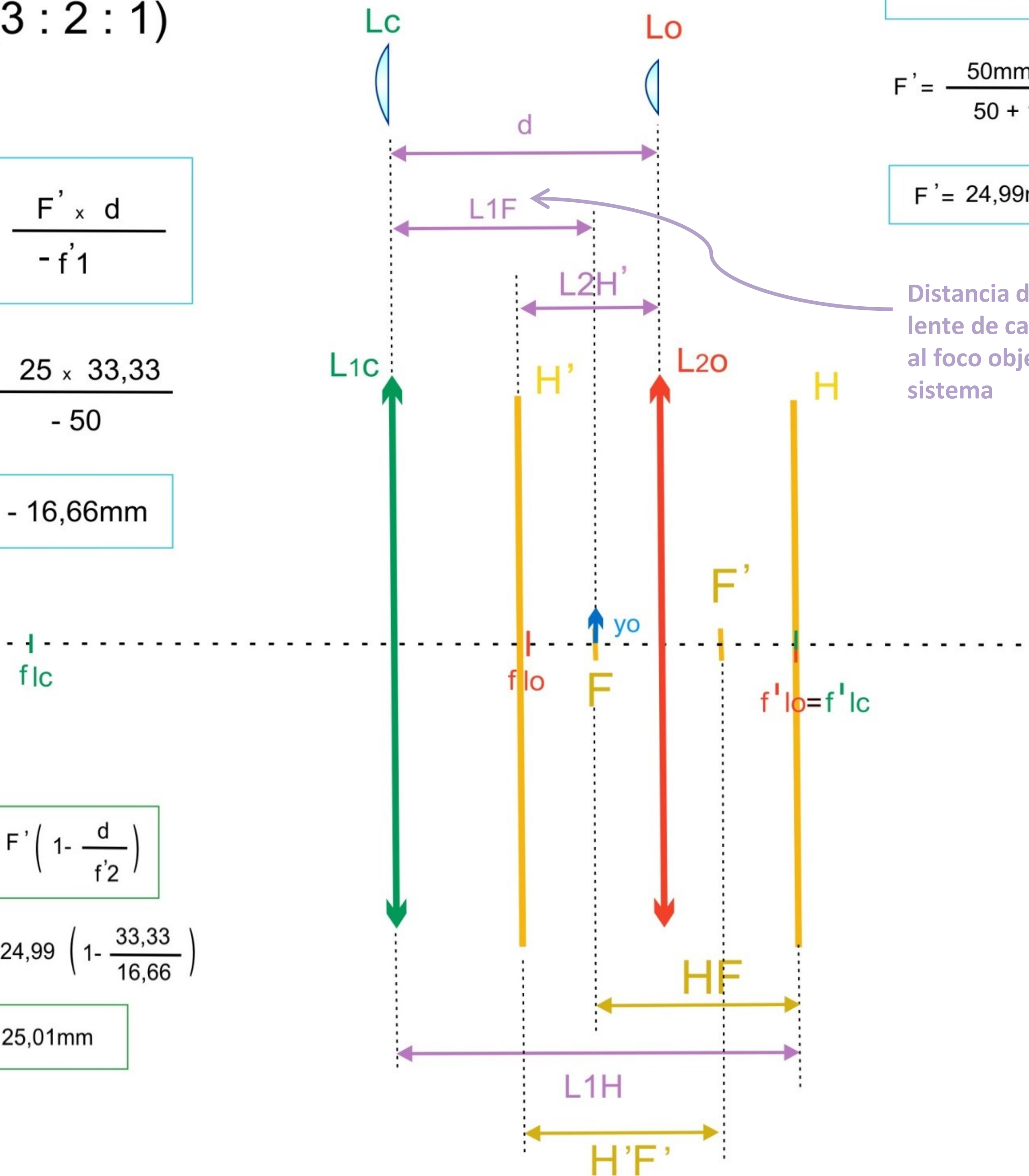
$$F' = \frac{f'1 \,.\, f'2}{f'1 + f'2 - d}$$

$$F = -\frac{f'1 \,.\, f'2}{f'1 + f'2 - d}$$

$$F' = \frac{50mm \,.\, 16{,}66mm}{50 + 16{,}66 - 33{,}3}$$

$$F = -24{,}99mm$$

$$F' = 24{,}99mm$$



Distancia de la lente de campo al foco objeto del sistema

$$L_2H' = \frac{F' \times d}{-f'1}$$

$$L_2H' = \frac{25 \times 33{,}33}{-50}$$

$$L_2H' = -16{,}66mm$$

$$L_1H = \frac{F' \times d}{f'2}$$

$$L_1H = \frac{25 \times 33{,}33}{16{,}66}$$

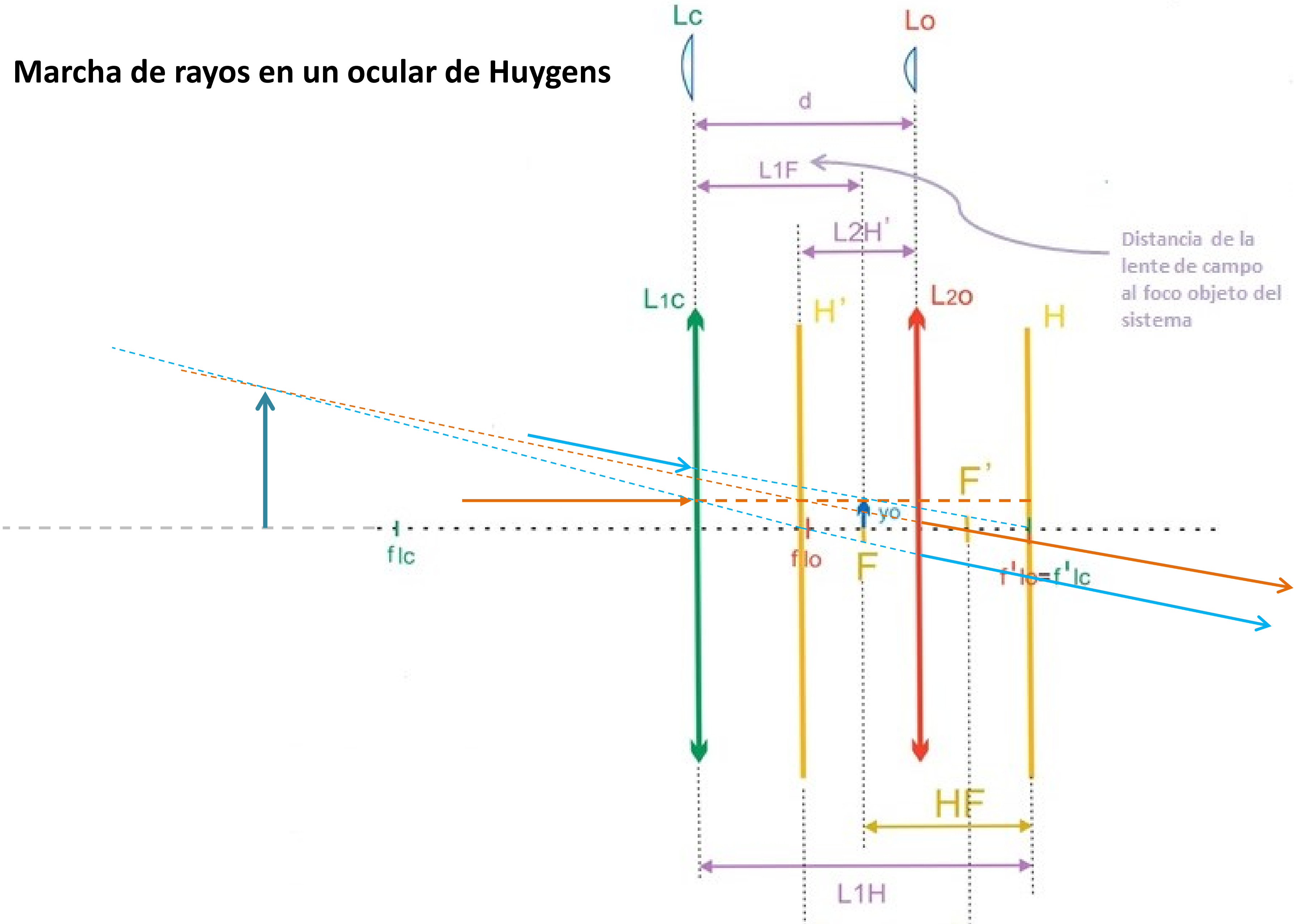
$$L_1H = 50{,}01mm$$

$$L1F = -F'\left(1 - \frac{d}{f'2}\right)$$

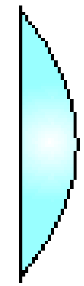
$$L1F = -24{,}99\left(1 - \frac{33{,}33}{16{,}66}\right)$$

$$L1F = 25{,}01mm$$

Marcha de rayos en un ocular de Huygens



Para el ocular de Ramsden (focal Lc = focal Lo = 33,33mm)

R1  R2

R1 = Infinito

R2 = - 16,71

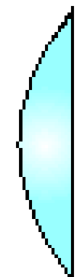
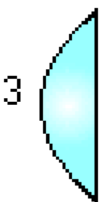
$$\frac{1}{f'} = (n' - 1)\left(\frac{1}{R1} - \frac{1}{R2}\right)$$

$$\frac{1}{33,33} = (1,50137 - 1)\left(\frac{1}{R2}\right)$$

$$\frac{0,030}{0,50137} = - \frac{1}{R2}$$

$$\boxed{R2 = - 16,71mm}$$

Para el ocular de Huygens (focal Lc = 50mm; focal Lo = 16,66mm)

R1  R2 R3  R4

R1 =

R2 = Infinito

R3 = 8,35

R4 = Infinito

$$\frac{1}{f'} = (n' - 1)\left(\frac{1}{R1} - \frac{1}{R2}\right)$$

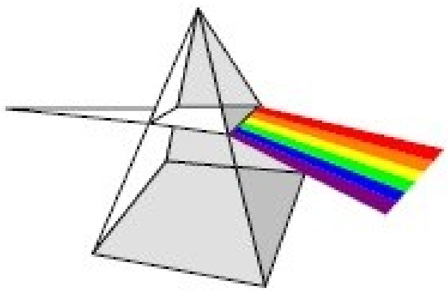
$$\frac{1}{50} = (1,50137 - 1)\left(\frac{1}{R1}\right) \qquad \frac{1}{16,66} = (1,50137 - 1)\left(\frac{1}{R3}\right)$$

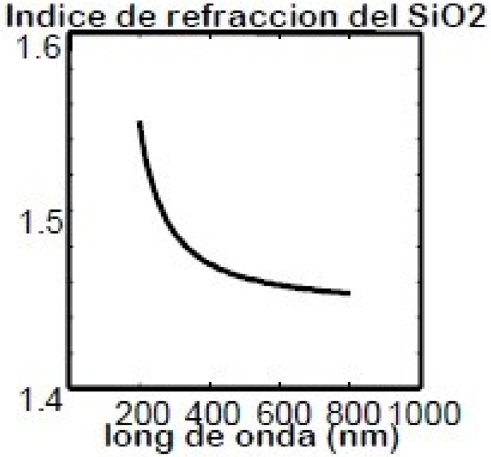
$$\frac{0,02}{50} = \frac{1}{R1} \qquad \frac{0,060}{0,50137} = \frac{1}{R1}$$

$$\boxed{R1 = 25,68mm} \qquad \boxed{R3 = 8,35mm}$$

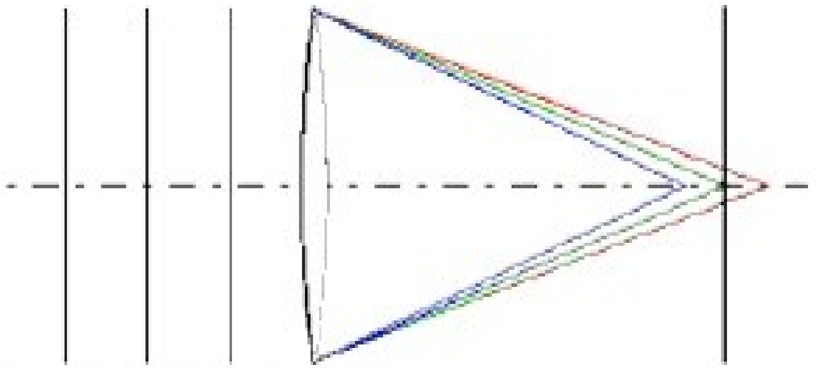
Aberración cromática

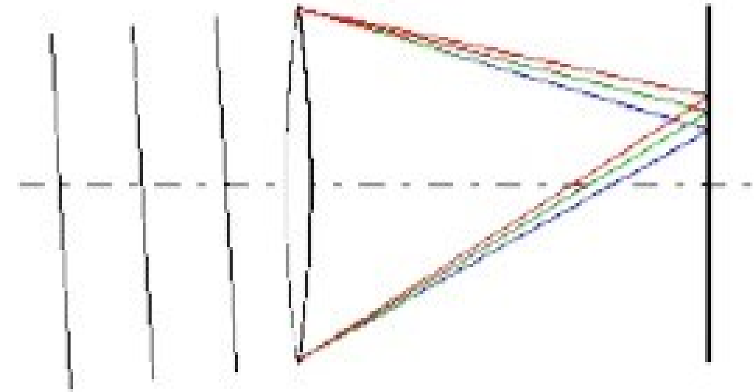
- Se debe a la variación del índice de refracción con λ
- Como consecuencia, el foco y los aumentos dependen de λ
- Para el vidrio, $n(\lambda)$ decrece con λ en el visible, así que la focal aumenta con λ
- Su efecto es que cualquier lente simple se comporta como un prisma descomponiendo la luz en sus colores primarios y formando un pequeño espectro alrededor del foco de la lente





- Se distinguen dos tipos de aberración cromática:
  - **Axial**: Diferencia de foco para dos longitudes de onda
  - **Lateral**: Diferentes aumentos para distintas longitudes de onda

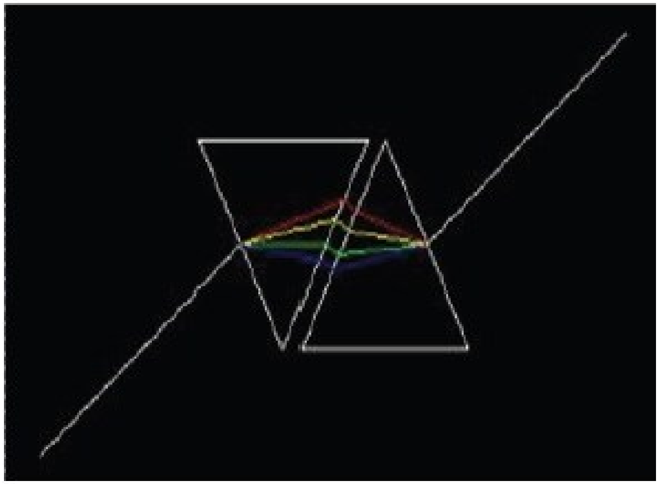




- La axial:
  - Produce halo coloreado alrededor de todo el objeto
  - Ocurre en cualquier posición de la imagen
  - Mejora al disminuir la apertura
  - El halo para un objeto enfocado tiene sólo un color
- La lateral:
  - Sólo afecta detalles tangenciales
  - No aparece en el centro de la imagen, y aumenta hacia las esquinas
  - No disminuye al reducir la apertura
  - Se manifiesta más en zonas desenfocadas de la imagen

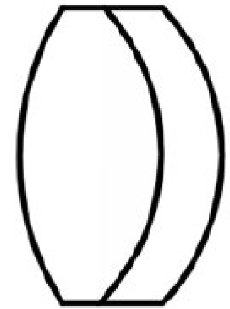
Corrección de aberraciones

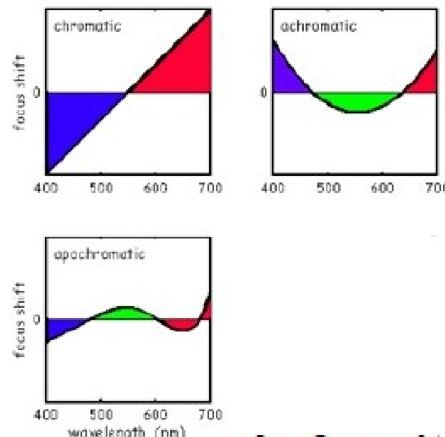
- La corrección de la aberración cromática se basa en el método propuesto por Newton: si colocamos dos prismas uno junto a otro, pero invertidos, la descomposición que realiza el primero de ellos es reconstruida por el segundo y volvemos a obtener luz blanca
- Con los vidrios que se encuentran en el mercado, sólo es posible corregir la lente para una zona del espectro visible centrada en el verde, donde el ojo humano presenta el máximo de sensibilidad. Sin embargo, los extremos del espectro visible (azul y rojo) no están completamente corregidos

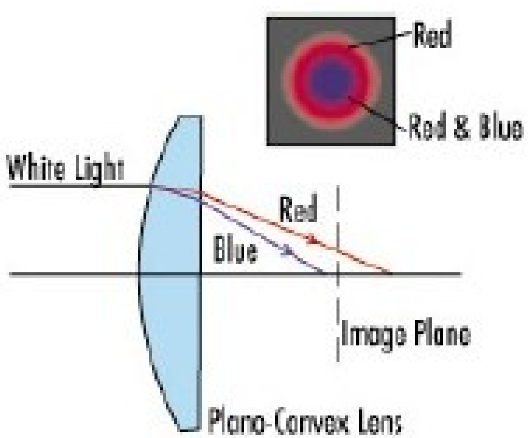


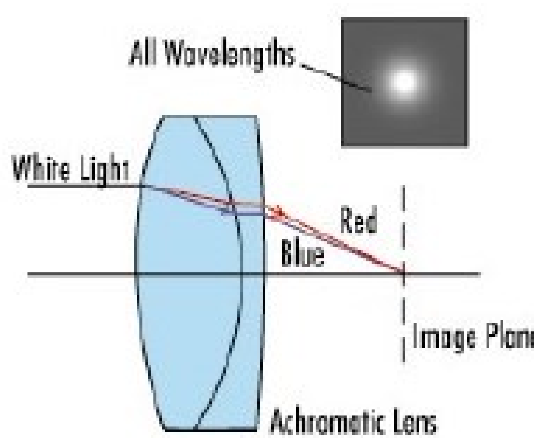
Corrección

- El **doblete acromático** es el sistema óptico más sencillo capaz de corregir la aberración cromática. Está formado por dos lentes: una lente convergente doble convexa formada con un vidrio de índice bajo (vidrio crown), cementado con una lente cóncava-convexa de un vidrio de índice mayor (vidrio flint). La dispersión cromática de la primera lente es compensada con la segunda, al menos para dos longitudes de onda. Optimizando se puede conseguir que las focales del resto de longitudes de onda se encuentren situadas en un espacio de longitud un 0.01% de la focal nominal
- Los objetivos que corrigen también hasta el rojo, se conocen como apocromáticos. Son necesarios con teleobjetivos y en astro-fotografía









A. Cromática: Diferencia en el punto (plano) focal según la longitud de onda incidente debido a que las longitudes de onda cortas (azules) se refractan más que las largas (rojas) → hay "dos focos límite": rojo y azul, con $f_A < f_R$ y $\Delta f \approx (1/60) \cdot f_{ref}$ siendo $f_{ref} = f(550\text{ nm})$

Produce la formación de una imagen doble roja-azul.

Corrección: uso de Dobletes Acromáticos (*achromats*)
= Pareja de lentes de materiales distintos
positiva (índice bajo, vidrio *crown*)
+ **negativa** (índice alto, vidrio *flint*)
cuyas aberraciones se compensan y tal que la combinación tiene la distancia focal deseada.

Acromatizar un doblete de lentes

Significa encontrar dos lentes, una convexa y otra cóncava, de forma tal que sus vidrios ópticos equilibren el cromatismo de la imagen del sistema.

Partimos de la formula del constructor de lentes, y llamamos vergencia al termino que relaciona los radios de curvatura de la lente.

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \underbrace{\left(\frac{1}{R1} - \frac{1}{R2} \right)}_{\text{Vergencia}}$$

$$\boxed{\text{Vergencia} = \frac{1/f}{n - 1}}$$

Despejamos el valor de vergencia y lo calculamos para el indice de refracción del vidrio óptico referido a la linea amarilla
Luego con este valor de vergencia, utilizamos la formula del constructor para hallar el valor focal para la linea azul y la linea roja.

(Focal para la linea azul) $$\frac{1}{f} = (n\,F - 1)\,(\text{vergencia})$$

(Focal para la linea roja) $$\frac{1}{f} = (n\,C - 1)\,(\text{vergencia})$$

Ahora con los valores focales de la linea azul y la roja, podemos calcular el cromatismo axial.

$$\boxed{\text{Cromatismo Axial} = \text{Focal}\,(p/\,nC) - \text{Focal}\,(p/\,nF)}$$

Ahora estamos en condiciones de acromatizar, siguiendo la relación

$$\frac{\sum Ps}{v} = \frac{P(L+)}{v} + \frac{P(L-)}{v}$$

$$Ps = \frac{1}{f\ (p/nd)} = \text{Dioptrias}$$

(Potencia del sistema medida en dioptrías a partir de la focal para la linea amarilla medida en metros)

$$Ps = P\ (L+) + P(L-) = 0$$

Ahora debemos elegir un vidrio Crown para la lente positiva y uno Flint para la negativa, teniendo en cuenta de elegir un vidrio Flint donde el número de abbe sea aproximadamente la mitad del número de abbe del Crown.

$$P(L+) = \frac{Ps \times vd(L+)}{vd(L+) - vd(L-)} \qquad P(L-) = \frac{Ps \times vd(L-)}{vd(L-) - vd(L+)}$$

Luego calculamos los valores focales para ambas lentes.

También debemos hallar los radios para cada lente utilizando la formula del constructor de lentes.

Cromatismo para el doblete
1- Calculamos el cromatismo axial para la lente positiva
2- Calculamos el cromatismo para la lente negativa.
3- Luego hacemos la diferencia.

(Para la lente positiva) ya conocemos el valor de los radios

$$\frac{1}{f_{L+}} = (n F - 1)\left(\frac{1}{R1} - \frac{1}{R2}\right) \longrightarrow f_{L+} \text{ para nF (azul)}$$

$$\frac{1}{f_{L+}} = (n C - 1)\left(\frac{1}{R1} - \frac{1}{R2}\right) \longrightarrow f_{L+} \text{ para nC (rojo)}$$

$$\boxed{\text{Cromatismo Axial } L_{+} = \left| FL+(p/\ nC)\right| - \left|FL+ (p/\ nF)\right|}$$

Ahora hacemos lo mismo para la lente negativa

$$\frac{1}{f_{L-}} = (n F - 1)\left(\frac{1}{R1} - \frac{1}{R2}\right) \longrightarrow f_{L-} \text{ para nF (azul)}$$

$$\frac{1}{f_{L-}} = (n C - 1)\left(\frac{1}{R1} - \frac{1}{R2}\right) \longrightarrow f_{L-} \text{ para nC (rojo)}$$

$$\boxed{\text{Cromatismo Axial L-} = \left| FL-(p/\ nC)\right| - \left|FL- (p/\ nF)\right|}$$

$$\boxed{\text{Cromatismo Doblete} = (\text{Cromatismo Axial L-}) - (\text{Cromatismo Axial L+})}$$

Ejemplo: Acromatizar el objetivo de un anteojo , el cual cuenta con un ocular de 10X y la focal del objetivo es 200mm , el mismo esta construido de un vidrio cuyo índice de refracción es nd= 1,51680

nd	nf	nc	nf-nc	Vd	Tipo
1,437	1,440338	1,43552	0,004818	90,7	**FK54**
1,4645	1,469383	1,46232	0,007063	65,77	**FK3**
1,48605	1,490182	1,48424	0,005942	81,1	**FK52**
1,48656	1,49056	1,4848	0,00576	84,47	**FK51**
1,48749	1,492274	1,48535	0,006924	70,41	**FK5**
1,49782	1,502955	1,49552	0,007435	66,95	**BK10**
1,49831	1,503599	1,49594	0,007659	65,06	**BK3**
1,50013	1,50578	1,49764	0,00814	61,44	**K11**
1,50137	1,507558	1,49867	0,008888	56,41	**K10**
1,50378	1,508978	1,50145	0,007528	66,92	**PK1**
1,51009	1,515667	1,50763	0,008037	63,46	**BK1**
1,51112	1,517001	1,50854	0,008461	60,41	**K7**
1,51454	1,521096	1,51169	0,009406	54,7	**KF3**
1,5168	1,522374	1,51432	0,008054	64,17	**BK7**

BK7

nd= 1,51680

nf= 1,52237

nc= 1,51432

Vd= 64,17

Para la lente simple

$$\frac{1}{f} = (n - 1)\underbrace{\left(\frac{1}{R1} - \frac{1}{R2}\right)}$$

$$\text{Vergencia} = \frac{1/f}{n - 1} = \frac{1/200\text{mm}}{1{,}51680 - 1} = 9{,}67 \times 10^{-3}$$

(Focal para la linea azul) $\frac{1}{f} = (n\,F - 1)\left(\text{vergencia}\right)$

$$\frac{1}{f} = (1{,}52238 - 1)\ 9{,}67 \times 10^{-3}$$

$$\boxed{f = 197{,}96\text{mm}}$$

(Focal para la linea roja) $\frac{1}{f} = (n\,C - 1)\left(\text{vergencia}\right)$

$$\frac{1}{f} = (1{,}51432 - 1)\ 9{,}67 \times 10^{-3}$$

$$\boxed{f = 201{,}06\text{mm}}$$

Cromatismo Axial = Focal (p/ nC) - Focal (p/ nF)

Cromatismo Axial = 201,06 - 197,96

$\boxed{\text{Cromatismo Axial} = 3{,}10\text{mm}}$ → Cromatismo axial para la lente simple

Condición para acromatizar

$$\frac{\Sigma Ps}{vd} = \frac{P(L+)}{vd} + \frac{P(L-)}{vd}$$

$$Ps = \frac{1}{f\ (p/nd)} = \frac{1}{200mm} = \frac{1}{0{,}2m}$$

$$\boxed{Ps = 5 \text{ dioptrias}}$$

$$Ps = P\ (L+) + P(L-)$$

Para este caso teórico elegimos dos vidrios opticos ficticios con números de Abbe 64 y 32

$$P(L+) = \frac{Ps \times vd(L+)}{vd(L+) - vd(L-)} = \frac{5 \text{ diop} \times 64}{64 - 32} = \frac{320}{32}$$

$$\boxed{P(L+) = 10 \text{ dioptrias}}$$

$$P(L-) = \frac{Ps \times vd(L-)}{vd(L-) - vd(L+)} = \frac{5 \text{ diop} \times 32}{32 - 64} = \frac{160}{-32}$$

$$\boxed{P(L-) = -5 \text{ dioptrias}}$$

Vamos a realizar otro ejemplo mas real, donde calculamos los radios de curvatura de las lentes de vidrio Crown y Flint.

Acromatizar un objetivo simple de 473,46mm construido de vidrio BK7 , sabiendo que el radio adosado de el objetivo ya acromatizado es 169,82mm.

$$\frac{1}{f} = (n - 1)\left(\frac{1}{R1} - \frac{1}{R2}\right)$$

$$\text{Vergencia} = \frac{1/f}{n-1} = \frac{1/473{,}46\text{mm}}{1{,}51680 - 1} = 4{,}0869 \times 10^{-3}$$

El valor de nd es del vidrio de la Lente simple

(Focal para la linea azul) $\frac{1}{f} = (n\,F - 1)\,(\text{vergencia})$

$$\frac{1}{f} = (1{,}52237 - 1)\ 4{,}0869 \times 10^{-3}$$

$$\boxed{f = 468{,}41\text{mm}}$$

(Focal para la linea roja) $\frac{1}{f} = (n\,C - 1)\,(\text{vergencia})$

$$\frac{1}{f} = (1{,}51432 - 1)\ 4{,}0869 \times 10^{-3}$$

$$\boxed{f = 475{,}74\text{mm}}$$

Cromatismo Axial = Focal (p/ nC) - Focal (p/ nF)

Cromatismo Axial = 475,74mm - 468,41mm

$$\boxed{\text{Cromatismo Axial} = 7{,}33\text{mm}}$$

Cromatismo axial para la Lente simple

$$\frac{\Sigma Ps}{v} = \frac{P(L+)}{v} + \frac{P(L-)}{v}$$

$$Ps = \frac{1}{f\ (p/nd)} = \frac{1}{0{,}47346m} =$$

$$\boxed{Ps = 2{,}09 \text{ dioptrias}} \qquad Ps = P\ (L+) + P(L-)$$

Ahora de las tabla de Vidrios elegimos un vidrio Crown y uno Flint.

K F 6 nd = 1,51742 Vd= 52,2

T i F 6 nd = 1,6165 Vd= 30,97

$$P(L+) = \frac{Ps \times vd(L+)}{vd(L+) - vd(L-)} = \frac{2{,}09 \text{ diop} \times 52{,}2}{52{,}2 - 30{,}97} = \qquad P(L-) = \frac{Ps \times vd(L-)}{vd(L-) - vd(L+)} = \frac{2{,}09 \text{ diop} \times 30{,}97}{30{,}97 - 52{,}2} =$$

$$\boxed{P(L+) = 5{,}13 \text{ dioptrias}} \qquad \boxed{P(L-) = -3{,}048 \text{ dioptrias}}$$

$$PS = P(L+) + P(L-)$$

$$PS = 5{,}13 \text{ dioptrias} - 3{,}048 \text{ dioptrias} = 2{,}082 \text{ dioptrias}$$

Ahora vamos a calcular la focal de las lentes y sus radios de curvatura

$$PL+ = \frac{1}{fL+} \qquad fL+ = \frac{1}{PL+} = \frac{1}{5{,}13\ d} = 0{,}19459m = 194{,}59mm$$

$$\boxed{fL+= 194{,}59mm}$$

Sabemos que para lente(+) el radio adosado es el R2 = - 169,82mm, ahora podemos hallar el radio R1

$$\frac{1}{f} = (n - 1)\left(\frac{1}{R1} - \frac{1}{R2}\right)$$

$$\frac{1}{fL+} = (n - 1)\left(\frac{1}{R1} - \frac{1}{-R2}\right)$$

$$\frac{1}{194{,}59mm} = (1{,}51742 - 1)\left(\frac{1}{R1} + \frac{1}{169{,}82}\right)$$

$$\boxed{R1 = 247{,}31mm}$$

Para la lente negativa

$$PL- = \frac{1}{fL-} \qquad fL- = \frac{1}{PL-} = \frac{1}{-3{,}048\ d} = -0{,}32808m = -328{,}08mm$$

$$\boxed{fL+= \ -328{,}08mm}$$

Como en el caso anterior el radio adosado es - 169,82mm, para la lente(-) es R3 y por calculo podemos hallar el radio R4

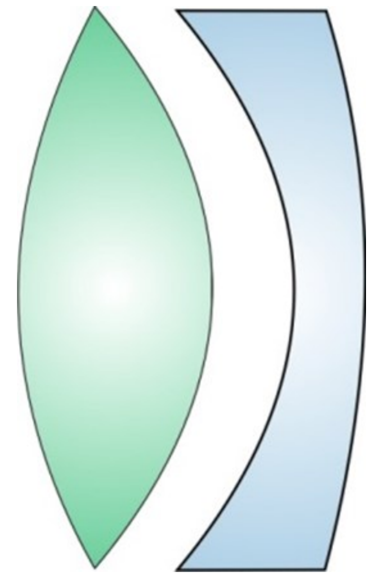
$$\frac{1}{f} = (n - 1)\left(\frac{1}{R1} \quad \frac{1}{R2}\right)$$

$$\frac{1}{fL-} = (n - 1)\left(\frac{1}{-R3} - \frac{1}{R4}\right)$$

$$\frac{1}{-328{,}08mm} = (1{,}6165 - 1)\left(\frac{1}{-169{,}82} - \frac{1}{R4}\right)$$

$$\frac{-3048 \times 10^{-3}}{0{,}6165} = -5{,}888 \times 10^{-3} - \frac{1}{R4}$$

$$\boxed{R4 = -1058{,}66mm}$$



R1 = 247,31mm
R2 = -169,82mm
K F 6

R3 = -169,82mm
R4 = -1068,42mm
T i F 6

Ejemplo de Acromatizar (completo)

Tenemos un objetivo simple biconvexo de radios iguales, construido de vidrio óptico Bk7con una focal 478,46mm

$$\boxed{\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R1} - \frac{1}{R2}\right)} \qquad R1 = R2$$

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{2}{R}\right) \longrightarrow \frac{1}{478{,}46mm} = (1{,}5168 - 1)\left(\frac{2}{R}\right)$$

$$\frac{0{,}02090}{0{,}5168} = \frac{2}{R} \longrightarrow \boxed{R = 494{,}53 \text{ mm}}$$

$$\boxed{\textbf{Vergencia} = \frac{1/f}{n-1}}$$

$$\textbf{Vergencia} = \frac{1/478{,}46mm}{(1{,}5168 - 1)} = 0{,}04044 \qquad \boxed{\textbf{Vergencia} = 0{,}04044}$$

Cromatismo axial para el objetivo simple

(Focal para la linea azul) $\frac{1}{f_{/nF}} = (n\,F - 1)\,(\text{vergencia})$

$$\frac{1}{f_{/nF}} = (1{,}52237 - 1)\,(0{,}004044) \longrightarrow \boxed{f_{/nF} = 473{,}35mm}$$

(Focal para la linea roja) $\dfrac{1}{f_{/nC}} = (n\,C - 1)\,(\text{vergencia})$

$$\frac{1}{f_{/nC}} = (1{,}51432 - 1)\,(0{,}004044) \longrightarrow \boxed{f_{/\,nC} = 480{,}79\text{mm}}$$

$$\boxed{\text{Cromatismo Axial} = \text{Focal (p/ nC)} - \text{Focal (p/ nF)}} \longrightarrow 480{,}79\text{mm} - 473{,}35\text{mm}$$

Cromatismo Axial = 7,44mm

$$P\ (\text{lente simple}) = \frac{1}{f} \quad \frac{1}{0{,}47846\text{m}} = 2{,}09 \text{ dioptrias}$$

P (lente simple) = 2,09 dioptrias

Usando el siguiente criterio vamos a reemplazar la lente simple por un doblete acromático que tenga la misma focal

$$\boxed{\frac{\sum Ps}{vd} = \frac{P(L+)}{vd} + \frac{P(L-)}{vd}} \qquad Pls = P\,(L+) + P(L-) = 0$$

Elejimos dos vidrios de la tabla, teniendo en cuenta elegir un Crown para la lente positiva y Flint para la negativa

Kf 6
nd= 1,51742
nF= 1,52434
nC= 1,51443
Vd= 52,2

Tif 6
nd= 1,6165
nF= 1,63070
nC= 1,6108
Vd= 30,97

$$P(L+) = \frac{Ps \times vd(L+)}{vd(L+) - vd(L-)} \qquad P(L-) = \frac{Ps \times vd(L-)}{vd(L-) - vd(L+)}$$

$$P(L+) = \frac{Ps \times vd(L+)}{vd(L+) - vd(L-)} = \frac{2{,}09\ D \times 52{,}2}{52{,}2 - 30{,}97} = +5{,}13\ D \qquad F(L+) = \frac{1}{P(L+)} = \frac{1}{+5{,}13\ D} = 194{,}93mm$$

$$P(L-) = \frac{Ps \times vd(L-)}{vd(L-) - vd(L+)} = \frac{2{,}09\ D \times 30{,}97}{30{,}97 - 52{,}2} = -3{,}04\ D \qquad F(L-) = \frac{1}{P(L-)} = \frac{1}{-3{,}04\ D} = -327{,}99mm$$

Tenemos como dato que el radio adosado es R2= - 169,82mm

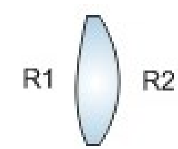
Para la lente positiva de vidrio Crown

$$\boxed{\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R1} - \frac{1}{R2}\right)}$$

Kf 6
nd= 1,51742
nF= 1,52434
nC= 1,51443
Vd= 52,2

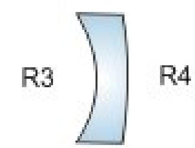
Tif 6
nd= 1,6165
nF= 1,63070
nC= 1,6108
Vd= 30,97

$$\frac{1}{F(L+)} = (n-1)\left(\frac{1}{R1} + \frac{1}{R2}\right) \longrightarrow \frac{1}{194{,}93} = (1{,}51742 - 1)\left(\frac{1}{R1} + \frac{1}{169{,}82}\right)$$



$$\boxed{R1 = 248{,}38mm}$$

$$\frac{1}{F(L-)} = (n-1)\left(\frac{1}{-R3} - \frac{1}{R4}\right) \longrightarrow \frac{1}{-327{,}99} = (1{,}6165 - 1)\left(\frac{1}{-169{,}82} - \frac{1}{R4}\right)$$



$$\boxed{R4 = -1068{,}42\ mm}$$

$$\text{vergencia } L+ = \frac{\frac{1}{194{,}93}}{(1{,}51742 - 1)} \qquad \text{vergencia } L- = \frac{\frac{1}{-327{,}99}}{(1{,}6165 - 1)}$$

vergencia L+ = 9,914 E-3

vergencia L- = - 4,945 E-3

Cromatismo axial Lente Crown

(Focal para la linea azul) $\frac{1}{f_{/nF}} = (n F - 1) \left(\text{vergencia } L+\right)$

$$\frac{1}{f_{/nF}} = (1{,}52434 - 1)\left(9{,}914\ E\text{-}3\right) \longrightarrow \boxed{f_{/nF} = 192{,}37mm}$$

(Focal para la linea roja) $\frac{1}{f_{/nC}} = (n C - 1) \left(\text{vergencia}\right)$

$$\frac{1}{f_{/nC}} = (1{,}51443 - 1)\left(9{,}914\ E\text{-}3\right) \longrightarrow \boxed{f_{/nC} = 196{,}07mm}$$

Cromatismo Axial = $F(p/\ nC) - F(p/\ nF)$

= 196,07mm - 192,37mm

Cromatismo Axial L+ = 3,7mm

Cromatismo axial Lente Flint

(Focal para la linea azul) $\frac{1}{f_{/nF}} = (n F - 1) \left(\text{vergencia } L-\right)$

$$\frac{1}{f_{/nF}} = (1{,}63070 - 1)\left(-4{,}945\ E\text{-}3\right) \longrightarrow \boxed{f_{/nF} = -320{,}63mm}$$

(Focal para la linea roja) $\frac{1}{f_{/nC}} = (n C - 1) \left(\text{vergencia } L-\right)$

$$\frac{1}{f_{/nC}} = (1{,}6108 - 1)\left(-4{,}945\ E\text{-}3\right) \longrightarrow \boxed{f_{/nC} = -331{,}08mm}$$

Cromatismo Axial = $|F(p/\ nC)| - |F(p/\ nF)|$

= 331,08mm - 320,63mm

Cromatismo Axial L- = 10,45mm

Cromatismo Axial Doblte = 10,45mm - 3,7mm

Cromatismo Axial Doblte = 6,75mm