

Óptica Instrumental 2

Unidad 4

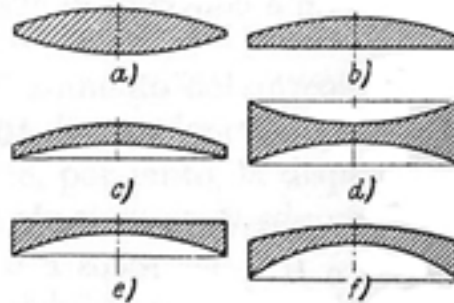
Diseño y Fabricación de lentes

Tecnicatura Universitaria en Óptica
Universidad Nacional del Sur

Lentes

Clasificación

Se clasifican en dos grupos convergentes (positivas) y divergentes (negativas), las cuales a su vez pueden adoptar formas distintas.



Convergentes

- a) Biconvexa (doble convexidad)
- b) Plano - convexa (plana y convexa)
- c) Menisco positivo (cóncava-convexa)

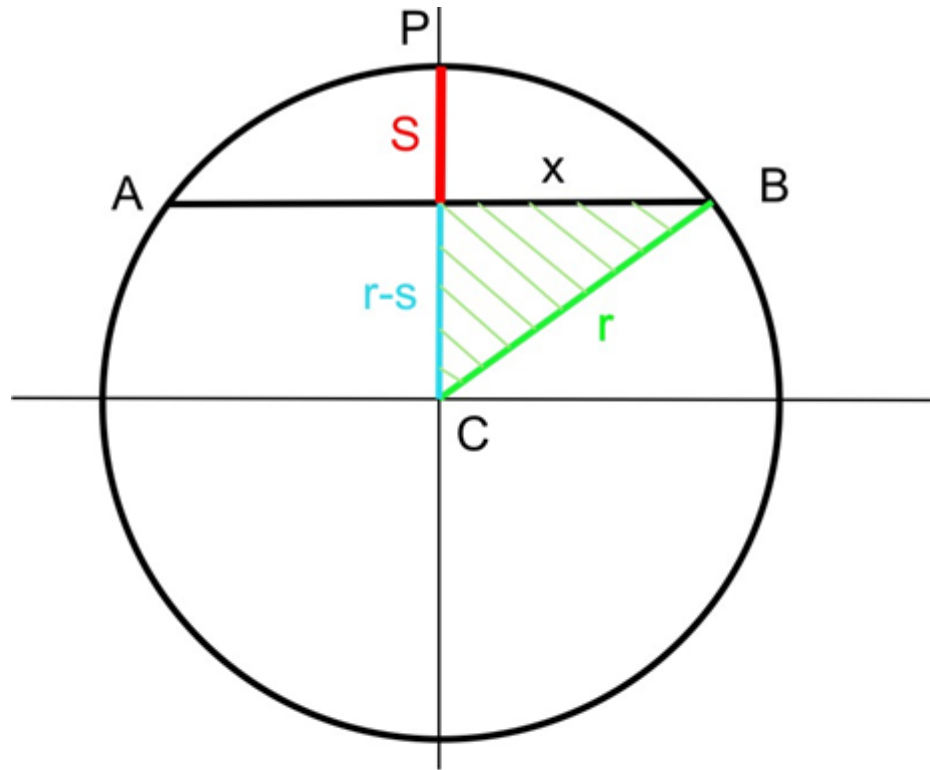
Divergentes

- d) Bicóncava (doble concavidad)
- e) Plano - cóncava (plana y cóncava)
- f) Menisco negativo (cóncava-convexa)

Estas geometrías de lentes tienen las siguientes especificaciones de fabricación.

| | | |
|---------------------------------|--|---|
| Lentes Convergentes | Espesor de bordes no inferior a 1mm. | 1-Peligro de rotura 2-Lentes de bordes agudos no pueden ser preparadas sobre soportes. |
| Lentes Divergentes | Espesor del centro, no inferior a 1/15 del diámetro de la lente. | El centro de la lente es deformado por el lacre de adhesión. |
| Menisco Positivo | Espesor del centro, no inferior a 1/8 del diámetro de la lente. | Lentes demasiado finas adquieren acritud. |
| Exactitud del espesor de centro | La amplitud de tolerancia debe ser al menos 0,15mm. | Con valores menores no es posible la corrección de las superficies lesionadas. |
| Aptitud de centrado | Los radios deben adoptarse de forma que: $\frac{\phi}{r_1} + \frac{\phi}{r_2} > 0,28$ $\phi = \text{diámetro de la lente}$ $r_1 \text{ y } r_2 = \text{radios de la lente}$ | Las lentes con un valor menor de centrado no pueden centrarse correctamente. |

Las lentes sin importar su geometría, están compuestas por dos curvaturas, las cuales se evalúa a partir de la flecha o sagita de la misma.

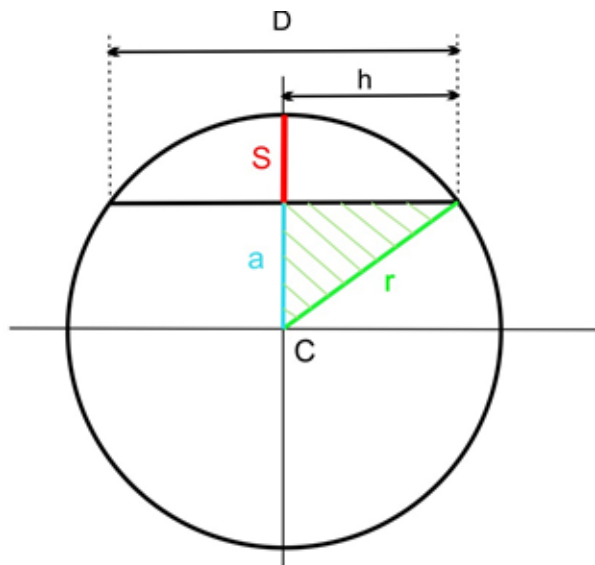


Aplicando Pitagoras $r^2 = (r-s)^2 + x^2$
despejo $(r-s)^2$
 $(r-s)^2 = r^2 - x^2$
 $r - s = \sqrt{r^2 - x^2}$
 $-s = -r + \sqrt{r^2 - x^2}$

Sagita

$$s = r - \sqrt{r^2 - x^2}$$

También podemos deducir la ecuación general de curvatura



Aplicando Pitagoras $r^2 = a^2 + h^2$

del gráfico vemos que $a = r - s$

$$r^2 = (r - s)^2 + h^2$$

Cuadrado de un binomio $r^2 = r^2 - 2rs + s^2 + h^2$

despejo 2rs $2rs = s^2 + h^2 + \cancel{r^2} - \cancel{r^2}$

del gráfico vemos que $h = \frac{D}{2}$

sustituyendo $2rs = s^2 + \left(\frac{D}{2}\right)^2$

$$2rs = s^2 + \frac{D^2}{4}$$

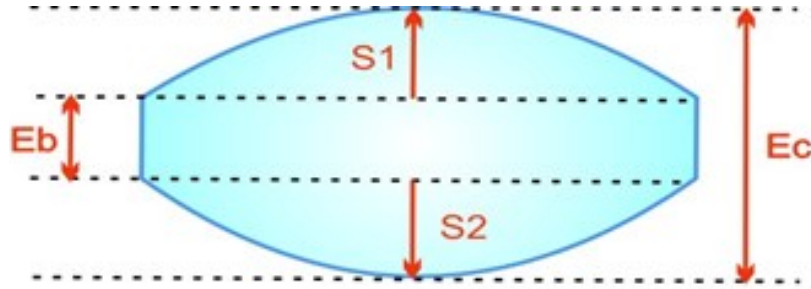
$$r = \frac{s^2}{2s} + \frac{D^2}{4.2s}$$

Ecuación
Gral de
Curvatura

$$r = \frac{S}{2} + \frac{D^2}{8s}$$

Espesor y sagita de las distintas geometrías de lentes

El espesor es de gran importancia en una lente, se lo tiene en cuenta para saber cuánto material se debe utilizar para la construcción de una determinada lente, para ello se deben tener bien identificadas las flechas de cada radio de curvatura.



$$E_b + S_1 + S_2 = E_c$$



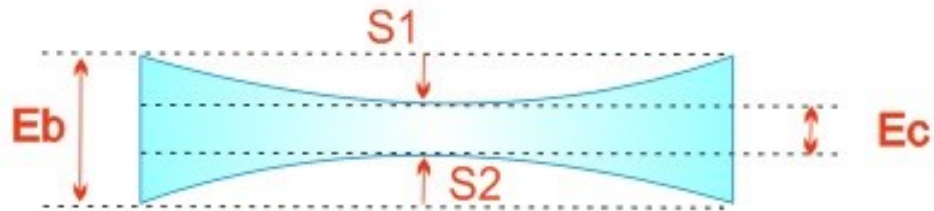
$$E_b + S_1 = E_c$$



$$E_b + S_1 = E_c + S_2$$

$$E_c = E_b + S_1 - S_2$$

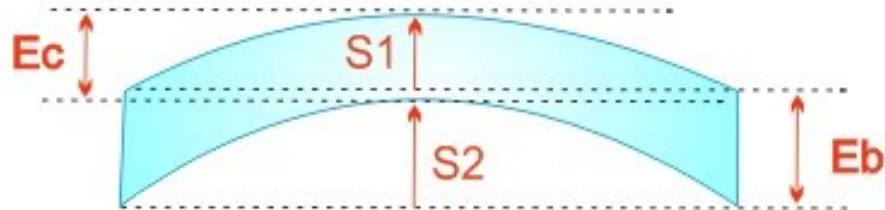
Flechas o Sagitas de las lentes negativas



$$E_b = E_c + S_1 + S_2$$



$$E_b = E_c + S_2$$



$$E_b + S_1 = E_c + S_2$$

$$E_b = E_c + S_2 - S_1$$

Esferómetro

Para poder medir el valor de la flecha o sagita de una curva utilizamos el Esferómetro, los mas comunes están compuesto por un trípode, en cuyo centro se encuentra una tuerca sobre la que hay adosado un tornillo micrométrico.

En uno de los laterales del instrumento se dispone de una escala numerada que permite medir la variación del tornillo central con respecto al plano formado por los tres brazos del trípode. Sobre este tornillo central, se encuentra además una corona con una serie de divisiones, estas dos escalas graduadas nos permiten realizar una medición acertada de la altura recorrida por el tornillo central.



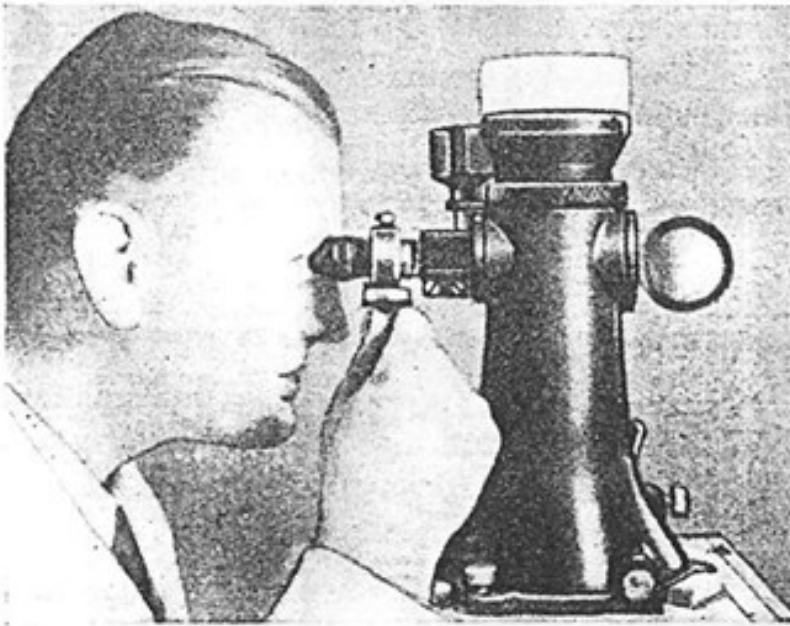
Existen diversos tipos de esferómetros



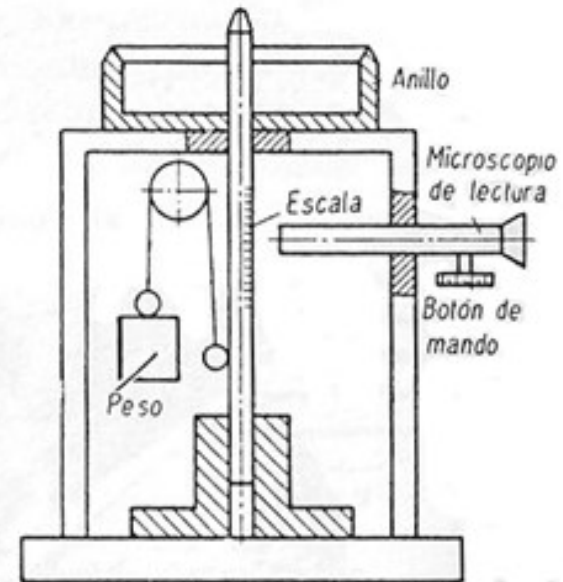
Esferómetro de Askania

Este instrumento cuenta con un palpador el cual esta adosado a una escala, la cual es visualizada a través de un microscopio de lectura, a su vez cuenta con una variedad de anillos de apoyo, según sea el diámetro de la lente en cuestión.

El esferómetro de Askania es de gran utilidad para los ópticos, ya que a partir de una medición indirecta (sagita) podemos calcular el radio de curvatura de una determinada lente.



— Medición con el esferómetro Askania



— Sección de un esferómetro de anillo

Ocular del microscopio de lectura

Tambor de mando
(movimiento del fiel de medida)

Nº 145205

Pasos a seguir para realizar la medición

1-Se selecciona el anillo que se va a utilizar, no debe ser muy pequeño ya que produce errores considerables, el anillo indicado es $2/3$ del diámetro de la lente a medir.



2-Se calibra el esferómetro a cero, apoyando sobre el palpador una superficie que se conozca plana y se elige una de las dos líneas del fiel (superior-inferior) giramos el tambor que esta dividido en 100 partes, y colocamos la línea que hayamos elegido sobre un valor, que será nuestro cero relativo.



3-Ahora si se puede apoyar la lente sobre el anillo, utilizaremos el diámetro interno si es convexa la superficie a medir y el diámetro externo si es cóncava; luego verificamos la medida de la curva, si esta coincide exactamente con un valor, se lo anota, si no fuera así, se toma como valor entero el que se encuentra entre los dos valores que contengan al fiel elegido y la parte decimal saldrá de girar el tambor hasta hacer coincidir el fiel con su valor inmediatamente superior, tendremos en el tambor el valor decimal.



4-Ahora debemos realizar la resta entre el valor obtenido para la curva y el del cero, así obtenemos la sagita de la curva.

5-Ahora aplicando la ecuación general de curvatura, sacamos el valor de radio.

Ecuación
Gral de
Curvatura

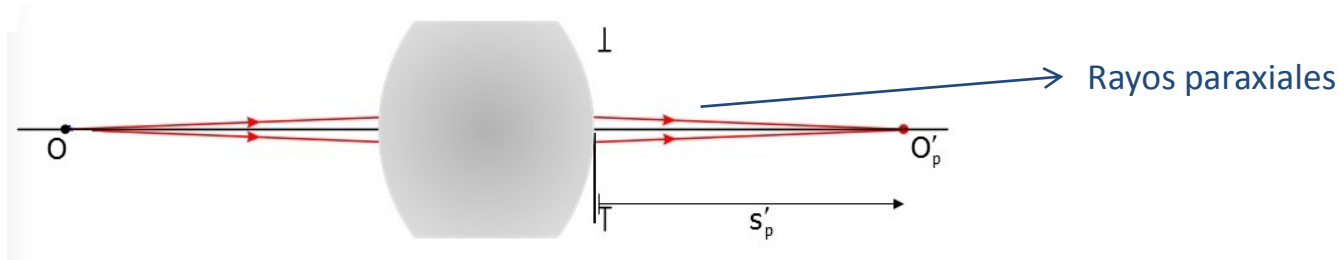
$$r = \frac{S}{2} + \frac{D^2}{8s}$$



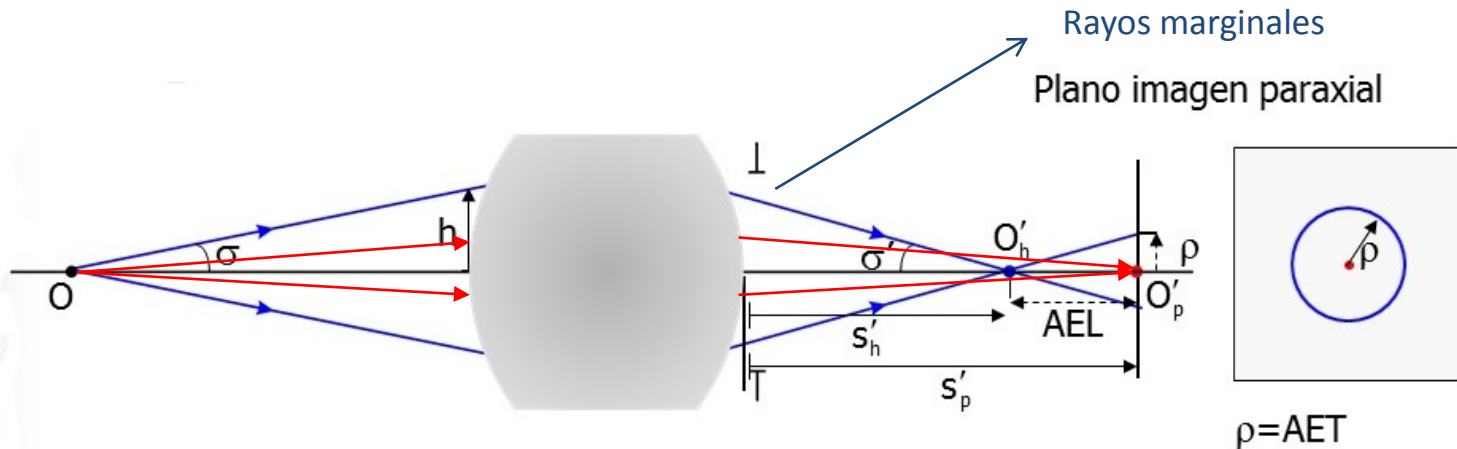
Trabajo practico: medición de la sagita de una lente y posterior calculo del radio de curvatura

Aberración Esférica en una lente simple

En una lente delgada podemos obtener una imagen aceptable cuando utilizamos rayos de luz cercanos al eje principal (rayos paraxiales), cuando utilizamos rayos marginales comprobamos que convergen a un punto mucho más cercano de lo que lo hacen los rayos de la zona axial, este fenómeno se llama aberración esférica.

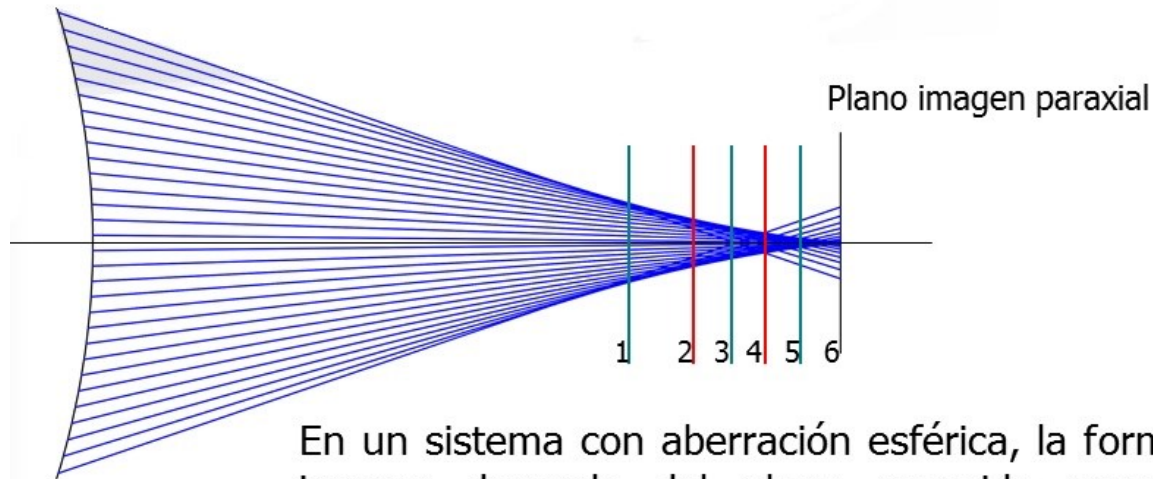


$$AEL = S'_p \cdot S'_h \quad AET = AEL \tan \sigma'$$

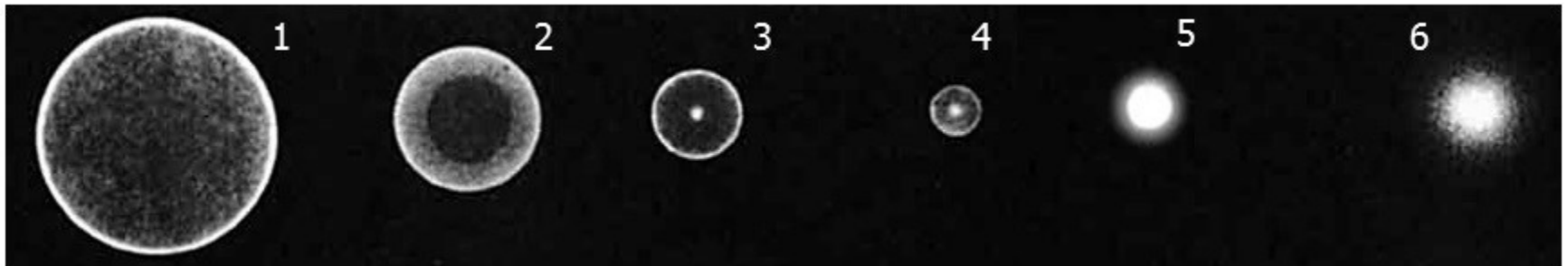


La distancia entre la imagen obtenida entre la zona paraxial y la proporcionada por el cono de rayos de ángulo θ , se lo denomina AEL (aberración esférica lateral).
La AET (aberración esférica transversal) es el tamaño de la mancha de luz obtenida en el plano imagen.

Círculo de mínima confusión

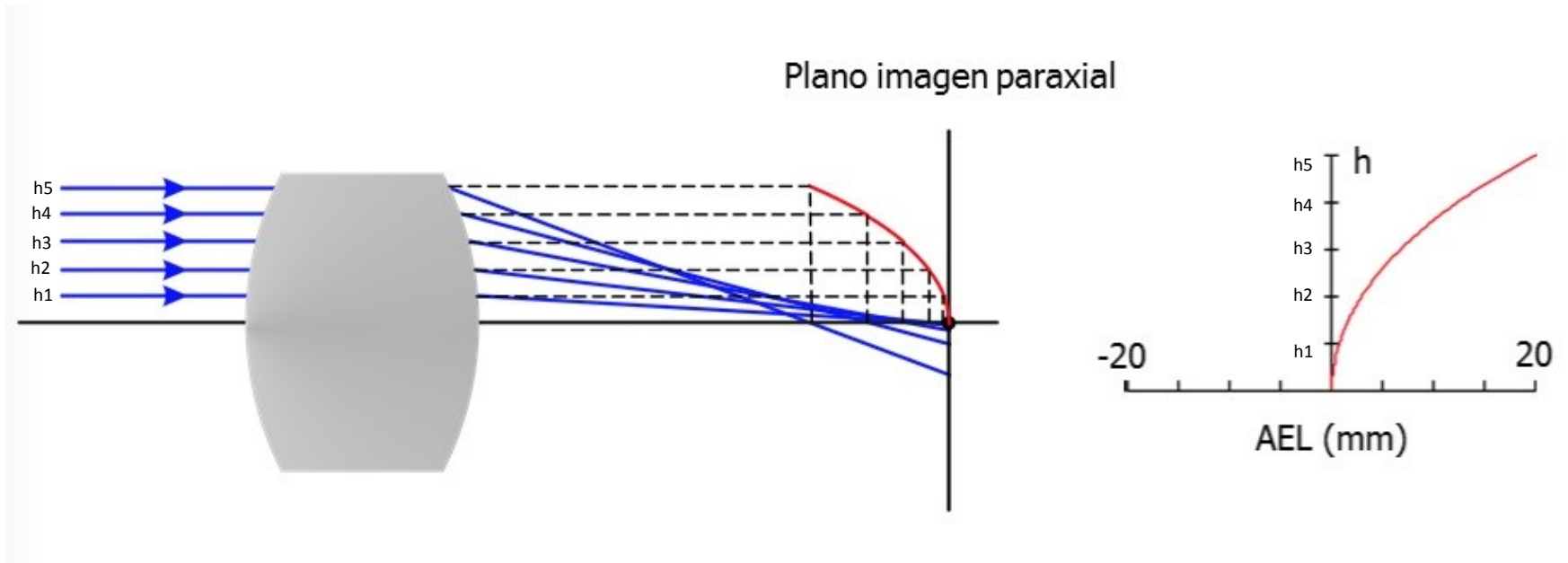


En un sistema con aberración esférica, la forma de la imagen depende del plano escogido como plano imagen. La posición 4 es donde el haz tiene una sección mínima (círculo de mínima confusión).

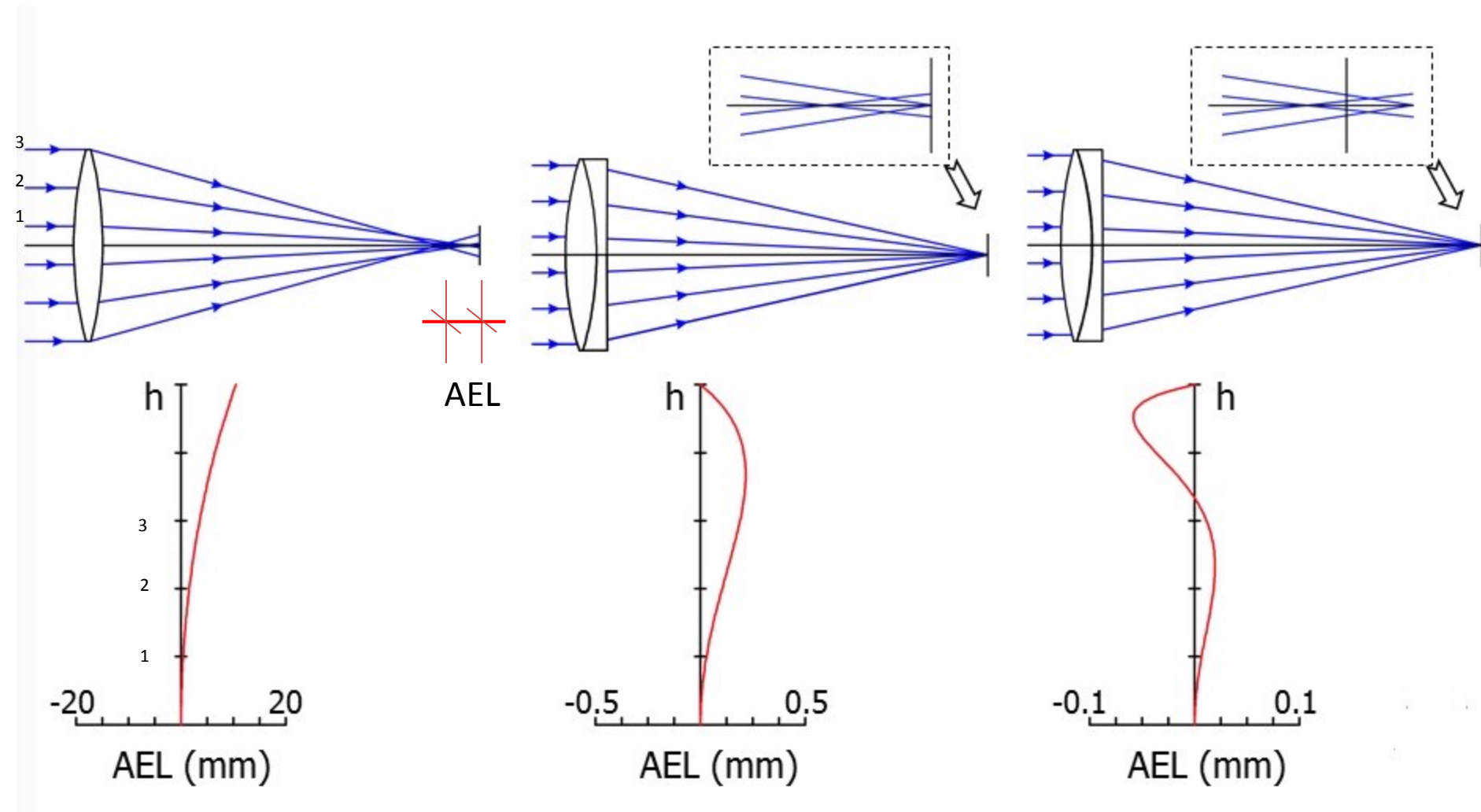


Representación de aberración esférica

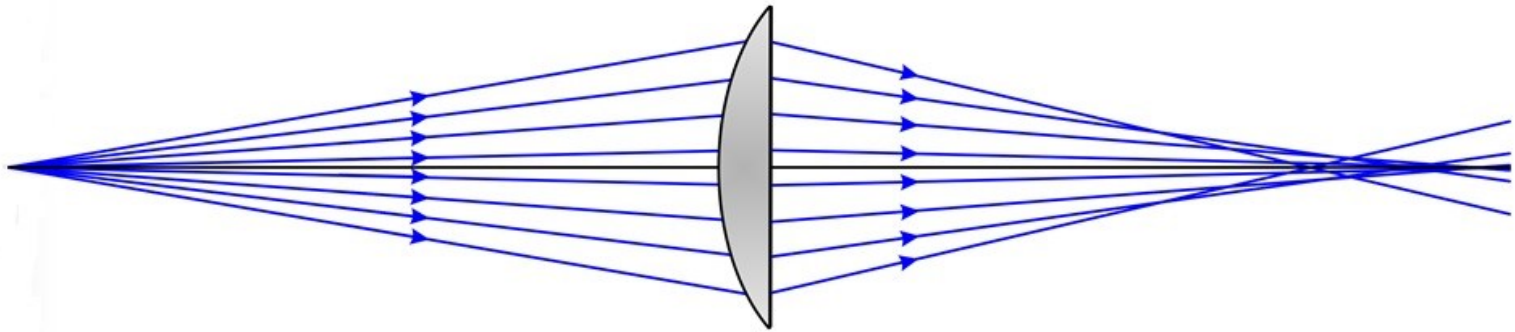
La aberración esférica se representa por un sistema de coordenadas, en el eje y las alturas de las incidencias y en el eje x el valor de la aberración longitudinal.



Distintos tipos de AEL para una misma focal



Una lente delgada presenta diferentes valores de aberración, según sea la posición del objeto, la forma de la lente también influye en la aberración esférica. Por lo que Henry Coddington propuso unas ecuaciones, llamadas factor de posición y de forma



Factor de posición:

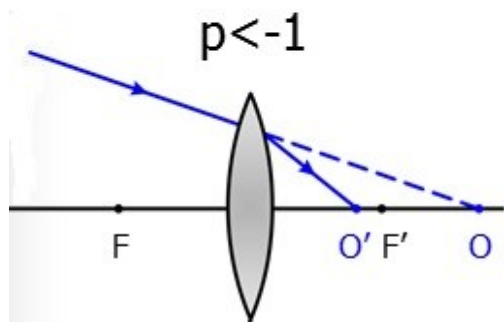
$$p = \frac{s' + s}{s' - s}$$

Factor de forma:

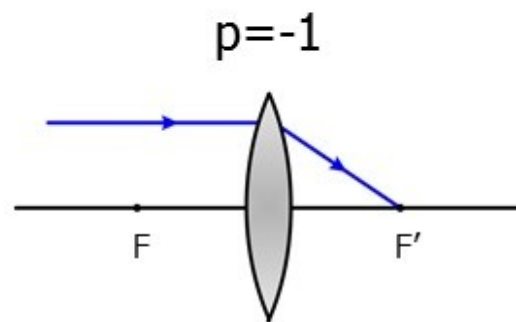
$$q = \frac{r_2 + r_1}{r_2 - r_1}$$

Factor de posición:

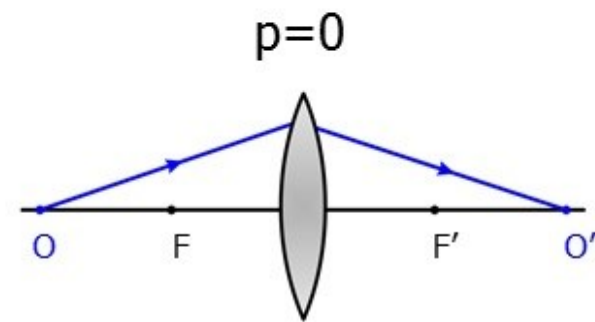
$$p = \frac{s' + s}{s' - s}$$



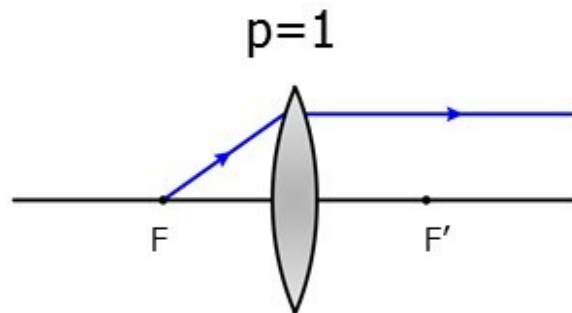
$$s > 0, s' < f'$$



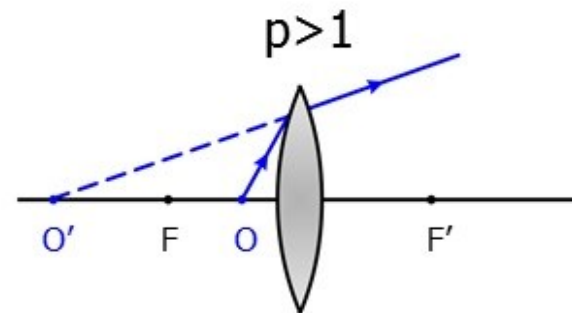
$$s = -\infty, s' = f'$$



$$s = -2f', s' = 2f'$$



$$s = -f', s' = \infty$$



$$s > -f', s' < 0$$

Factor de forma:

$$q = \frac{r_2 + r_1}{r_2 - r_1}$$



$q = -2$



$q = -1$



$q = -1/2$



$q = 0$



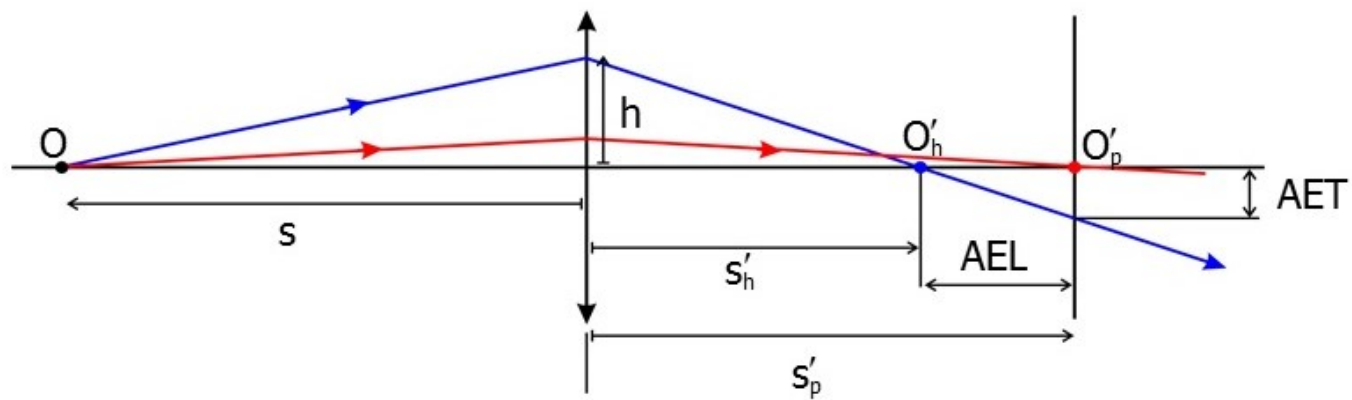
$q = 1/2$



$q = 1$



$q = 2$



La aberración esférica se suele cuantificar en dioptrías mediante la cantidad L_s .

$$L_s = \frac{1}{s'_h} - \frac{1}{s'_p}$$

En aproximación de tercer orden, la cantidad L_s puede calcularse mediante una expresión que depende de las características de la lente (n , f' , q), de la posición del objeto (p) y de la altura de incidencia (h)

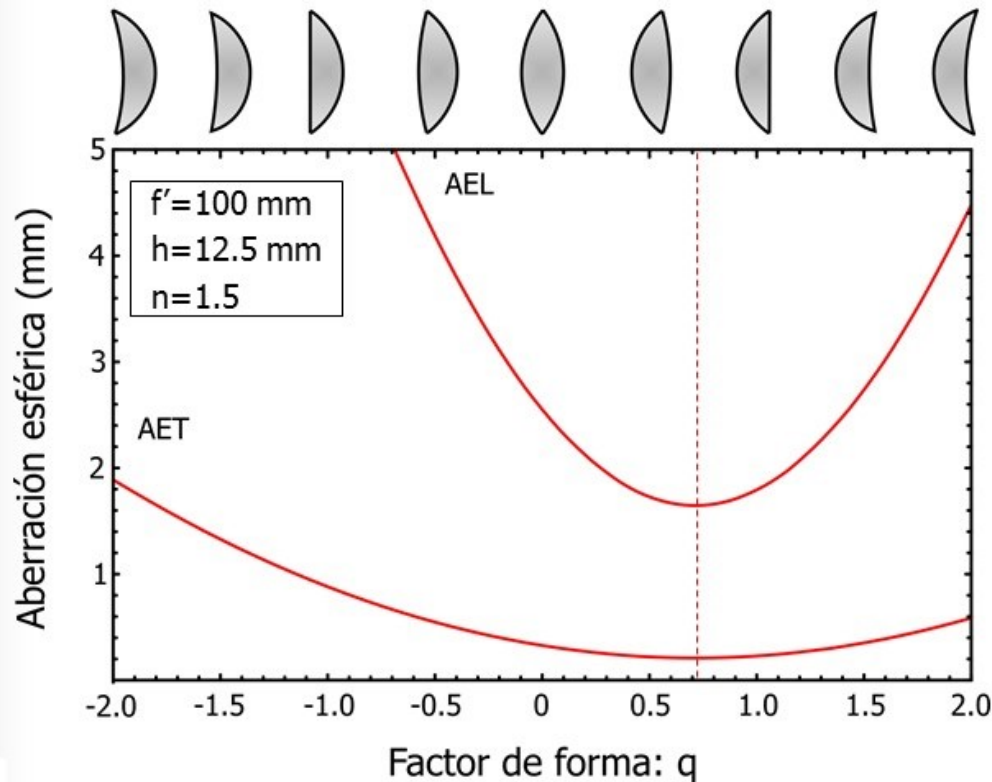
$$L_s = \frac{h^2}{8f'^3} \frac{1}{n(n-1)} \left[\frac{n+2}{n-1} q^2 + 4(n+1)pq + (3n+2)(n-1)p^2 + \frac{n^3}{n-1} \right]$$

Minimización de la aberración esférica

$$\frac{\partial L_s}{\partial q} = 0$$

$$q = -\frac{2(n^2 - 1)}{(n + 2)} p$$

Por ejemplo supongamos el objeto en el infinito y obtengamos la forma de una lente de $f' = 100$ mm e índice 1.5



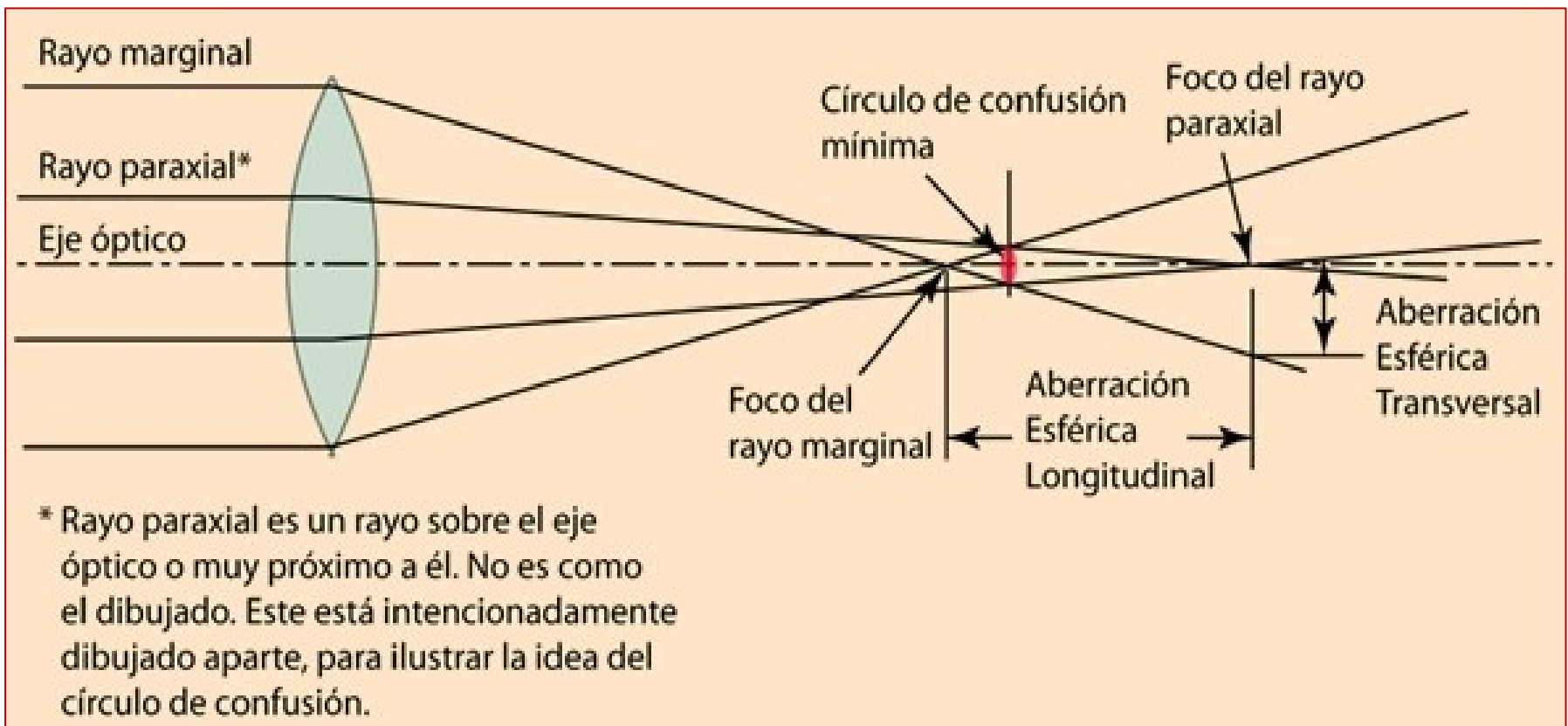
$$p = -1$$

$$q = -\frac{2(n^2 - 1)p}{n + 2} = 0.714$$



Lente de la mejor forma

En una lente delgada podemos obtener una imagen aceptable cuando utilizamos rayos de luz cercanos al eje principal (rayos paraxiales), cuando utilizamos rayos marginales comprobamos que convergen a un punto mucho más cercano de lo que lo hacen los rayos de la zona axial, este fenómeno se llama aberración esférica.



Con una sola lente la aberración esférica no puede ser completamente eliminada, pero si se puede reducir al mínimo, esto se lleva a cabo con una adecuada elección de los radios de curvatura de la lente en cuestión, la lente simple que reduce la aberración esférica al mínimo para un objeto infinitamente lejano, se llama de la mejor forma.

$$q = \frac{R_2 + R_1}{R_2 - R_1}$$

Factor de forma

$$p = \frac{S' + S}{S' - S}$$

Factor de posición

$$q = \frac{-2 (n^2 - 1)}{n + 2} p$$

Condición para
mínima aberración
esférica

Para el caso de un vidrio de índice de refracción $n=3/2$ y posición $p=-1$

$$q = \frac{-2 (n^2 - 1)}{n + 2} p$$

$$q = \frac{-2 (3/2^2 - 1)}{3/2 + 2} -1 \rightarrow \frac{-2 (9/4 - 1)}{7/2} -1$$

$$q = \frac{2 (5/4)}{7/2} = \frac{5/2}{7/2} = \frac{5}{7}$$

$$q = 5/7 = 0.714$$

Calculamos la relación de radios para una lente simple (lente de la mejor forma)

$$q = \frac{R_2 + R_1}{R_2 - R_1} = 5/7$$

$$R_2 + R_1 = 5/7 (R_2 - R_1)$$

$$R_2 + R_1 = 5/7 R_2 - 5/7 R_1$$

$$R_2 - 5/7 R_2 = -5/7 R_1 - R_1$$

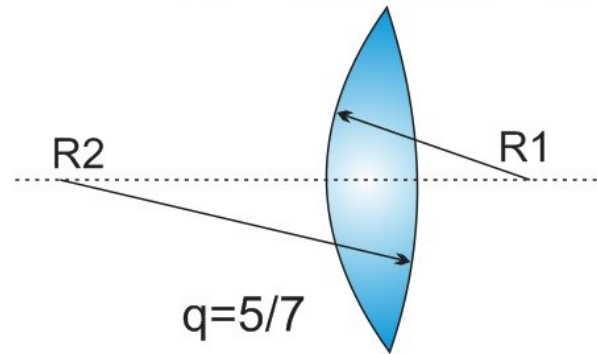
$$2/7 R_2 = -12/7 R_1 \longrightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{2/7}{-12/7}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{-6} = -0.166$$

$$R_2 = -6R_1$$

$$R_1 = 23.5\text{mm}$$

$$R_2 = -6 \cdot 23.5\text{mm} = -141\text{mm}$$



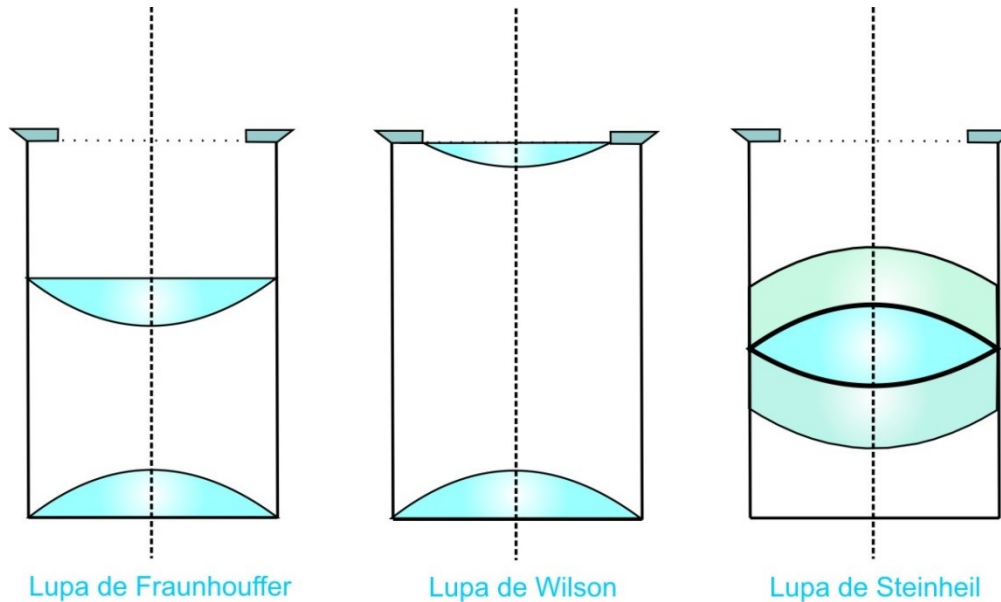
Ejercicio propuesto:

Diseñar una lente de la mejor forma, para minimizar la aberración esférica de una lente biconvexa de radios 131,56 mm, construida de vidrio óptico BK7 de índice de refracción 1,5168

A)- Hallar la focal de la lente primaria. B)- Hallar el factor de posición para un objeto en el infinito y su imagen en el foco. C)- Hallar el factor de forma para el factor p. D)- Hallar los radios para la lente de la mejor forma y verificar que su valor focal sea el mismo que la lente primaria.

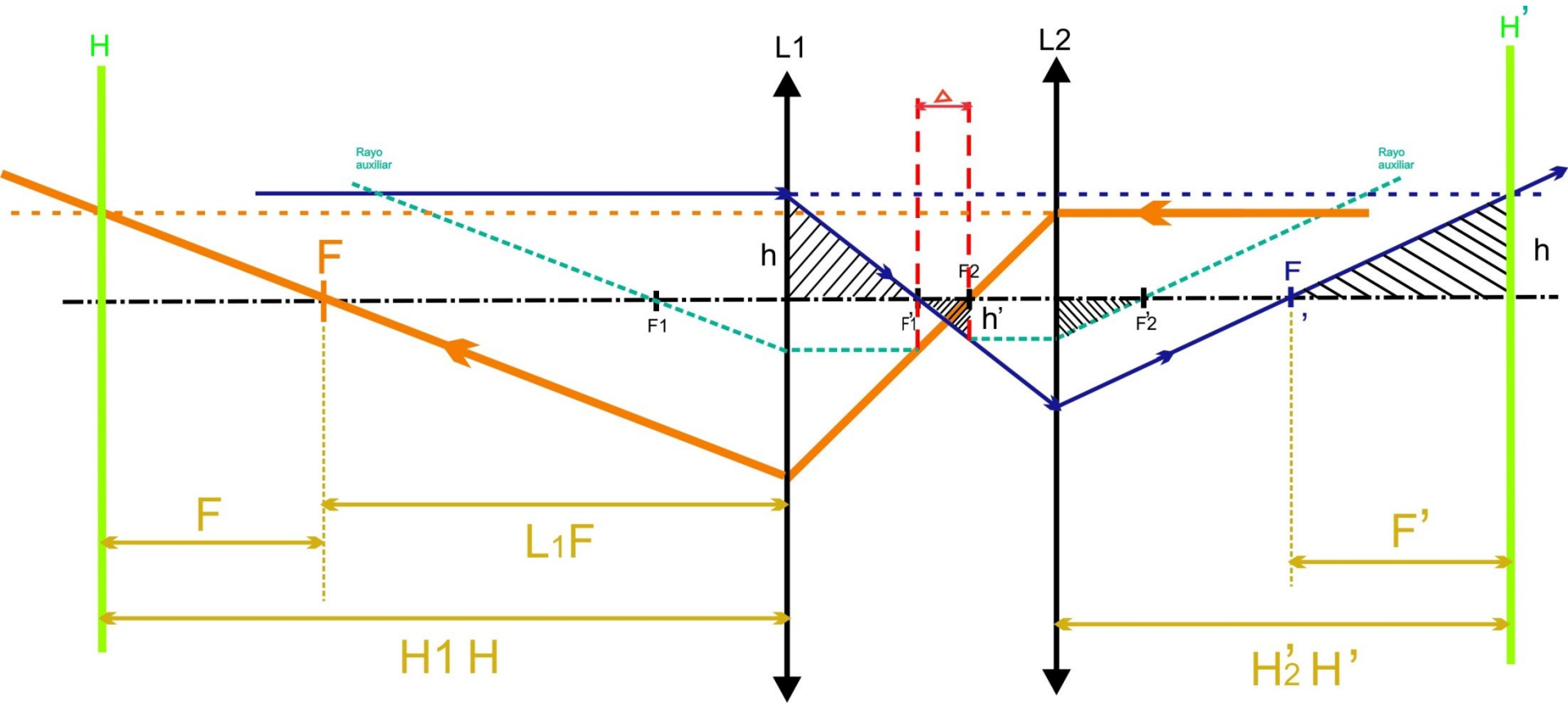
Dobletes de lentes

Dos lentes delgadas que se encuentran ubicadas sobre el mismo eje constituyen un sistema centrado llamado doblete, si las lentes se encuentran adosadas la distancia (d) es igual a cero, este valor siempre se considera positivo. El intervalo óptico (Δ), es la distancia entre el Foco imagen de la primera lente y el foco objeto de la segunda lente; el origen de esta Distancia es el foco imagen de la 1era lente, por lo tanto Δ será positivo cuando f_2 se Encuentre a la derecha de f'_1 y será negativo en el caso contrario f_2 a la izquierda de f'_1 .

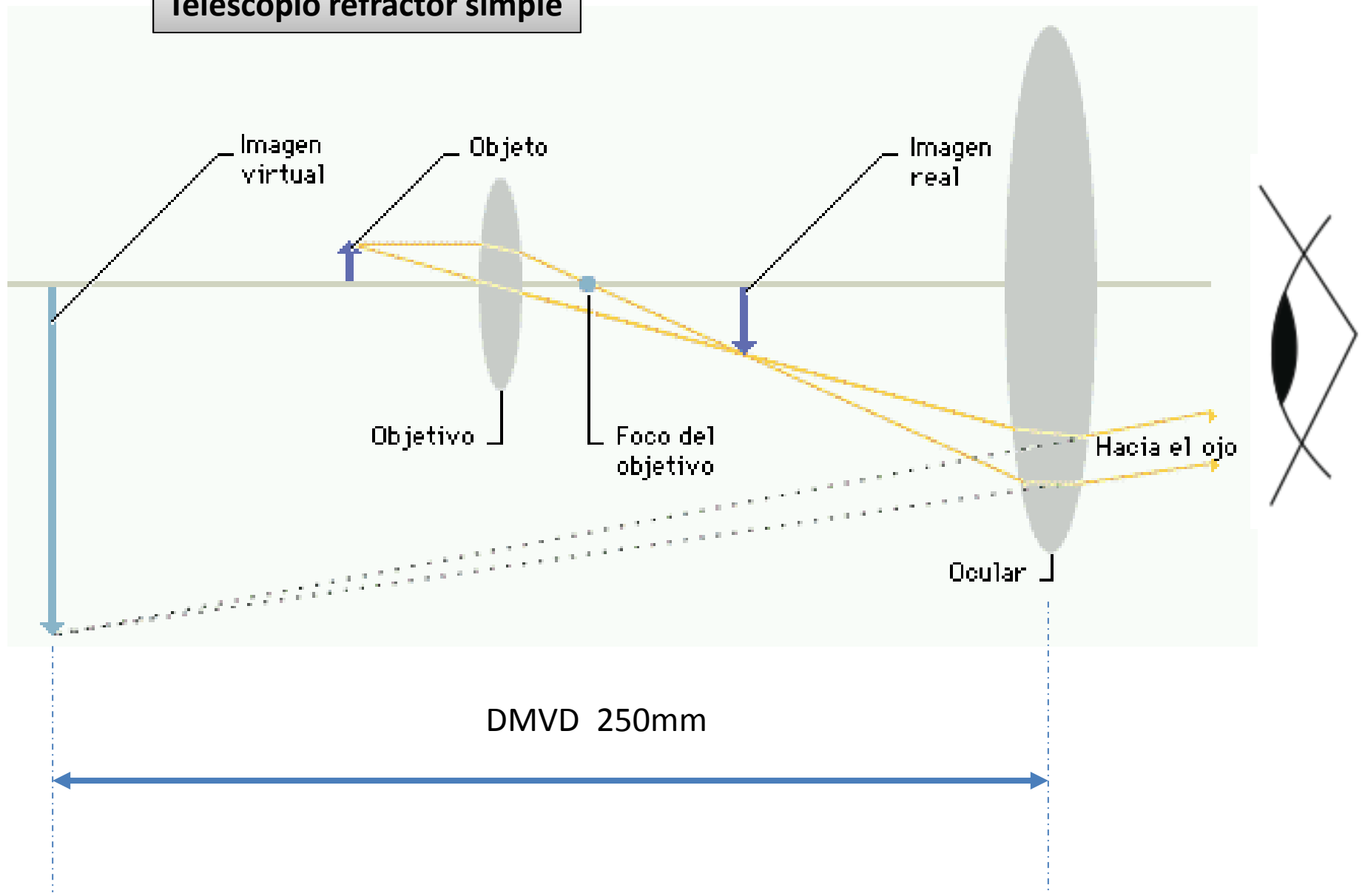


Doblete de lentes

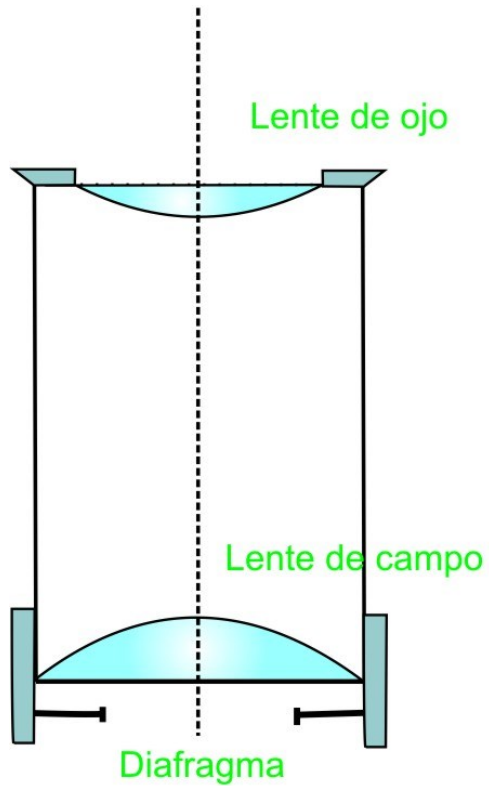
Determinación grafica de los focos y planos principales del sistema de lentes



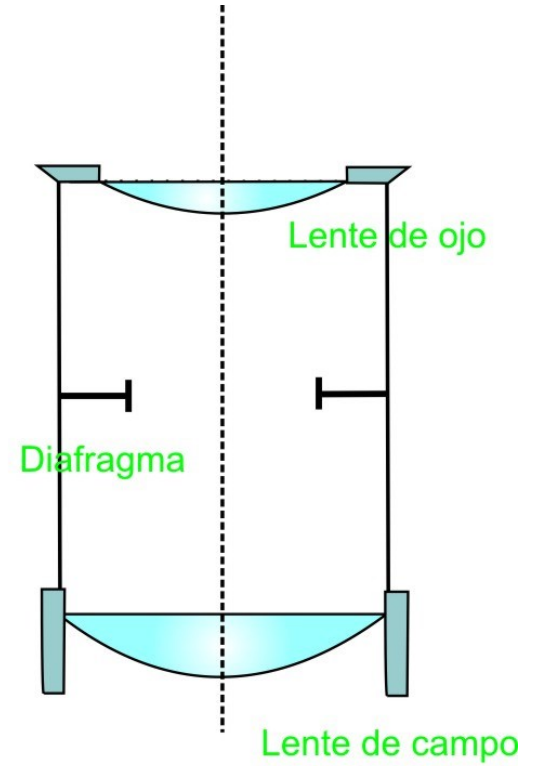
Telescopio refractor simple



Oculares



Ocular de Ramsden



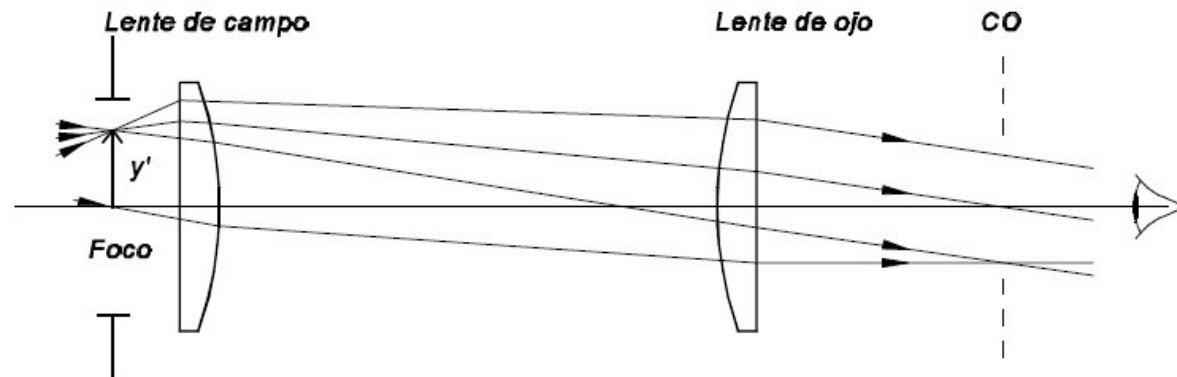
Ocular de Huygens

Los oculares compuestos tienen campos aparentes más grandes que las lentes simples, el objeto es la imagen virtual que nos proporciona el objetivo y puede encontrarse en cualquier posición.

Los oculares están formados por dos lentes plano convexas de vidrio Crown, separadas una cierta distancia y centradas sobre el mismo eje. Se suelen caracterizar por tres números que son proporcionales a la distancia focal de la lente de campo, la distancia entre lentes y la focal de la lente de ojo.

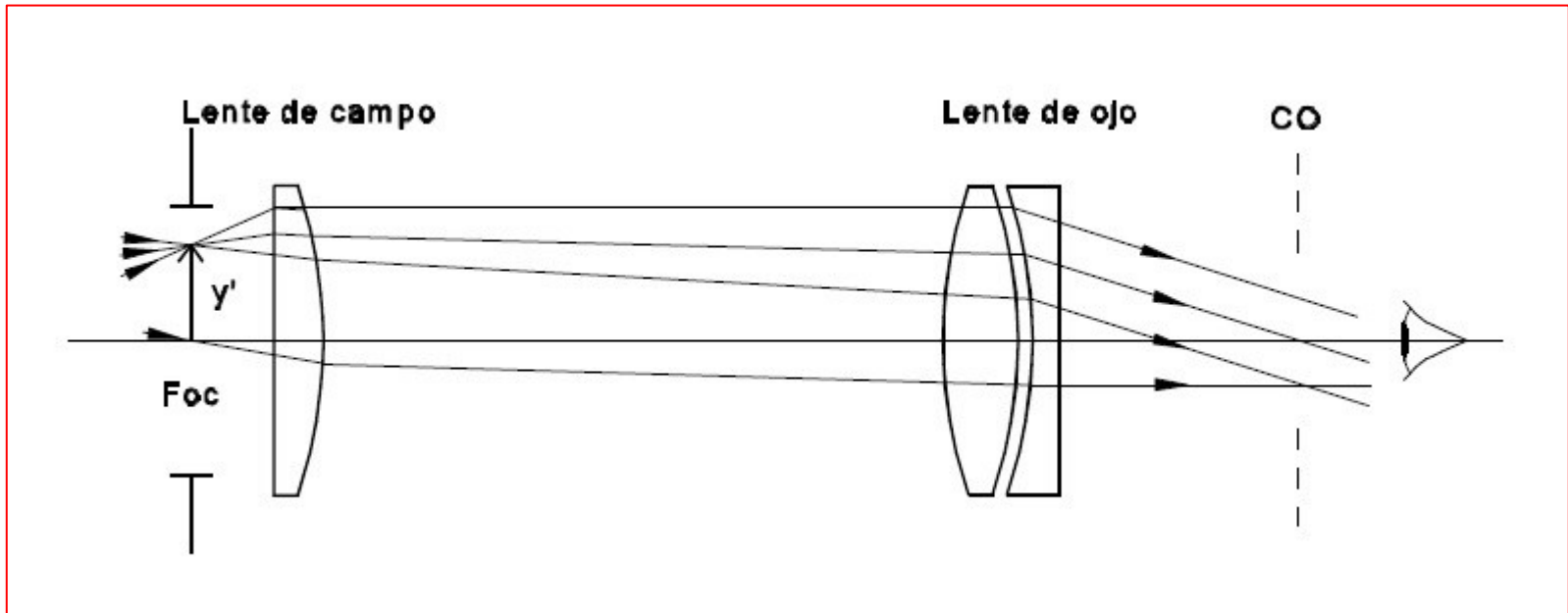
El ocular de Ramsden se denomina positivo ya que el plano focal objeto está delante de la primera superficie de entrada y la imagen y' juega el papel de objeto para el ocular. El diafragma y retículo de un anteojo pueden situarse en donde se encuentra la imagen del objetivo.

Ocular positivo de Ramsden



El ocular Ramsden puede mejorar con la sustitución de la lente ocular por dos lentes adosadas, donde una es divergente y donde la cara de emergencia siempre es plana, se obtiene así el ocular de Kellner muy utilizado en la mayoría de los anteojos.

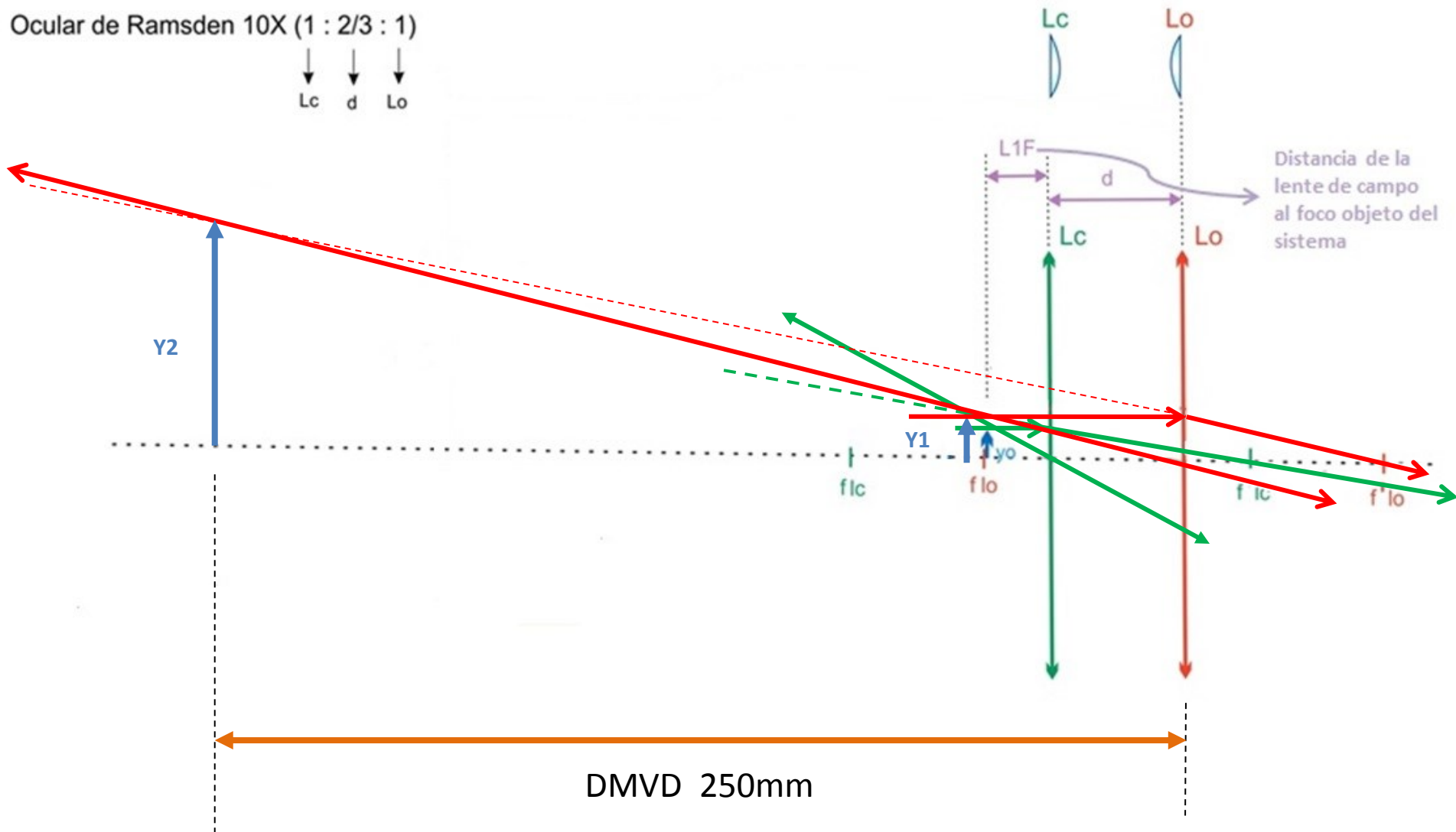
Ocular de Kellner



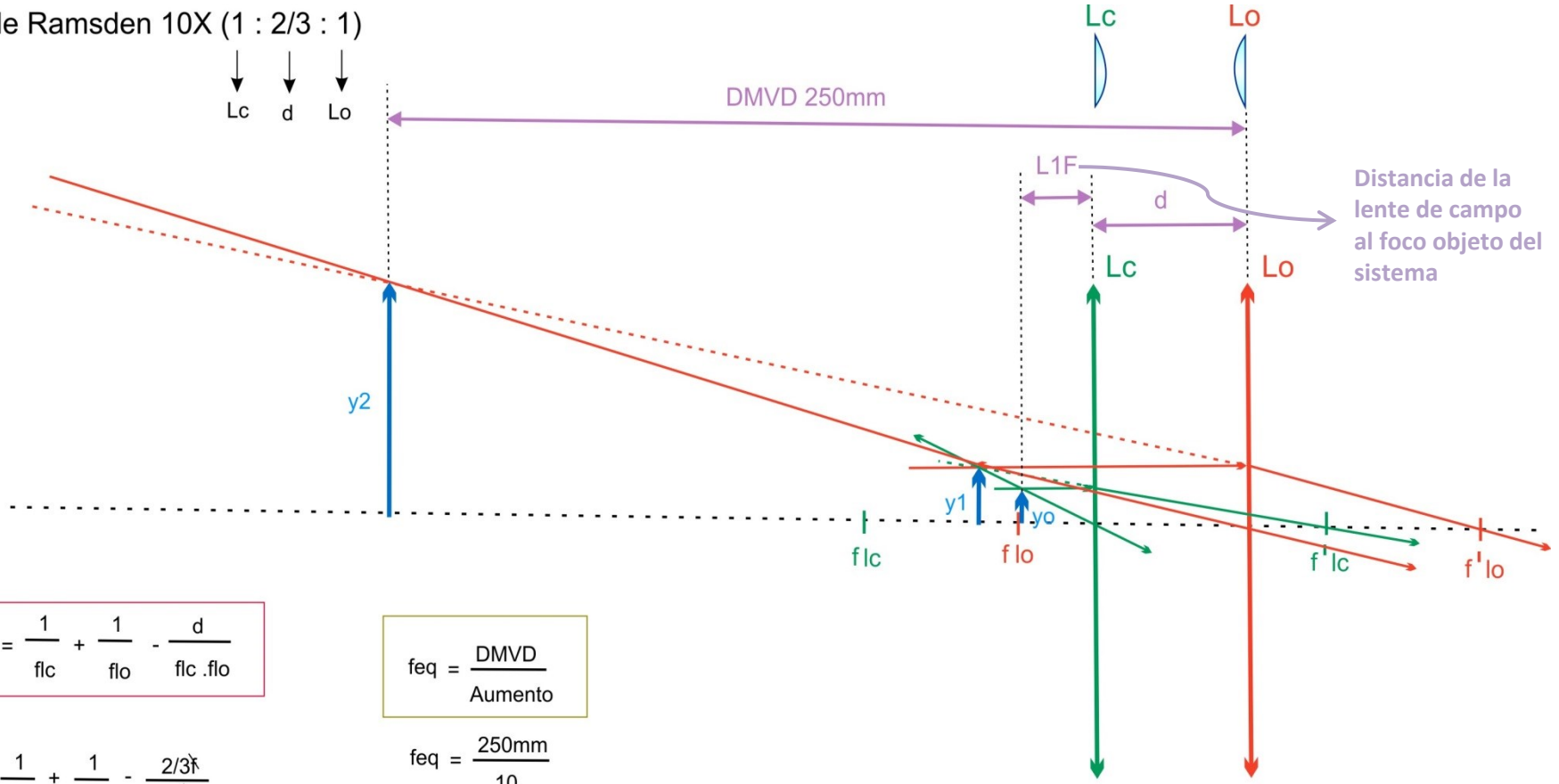
Marcha de rayos en un ocular de Ramsden

Ocular de Ramsden 10X (1 : 2/3 : 1)

L_c d L_o



Ocular de Ramsden 10X (1 : 2/3 : 1)



$$\frac{1}{f_{eq}} = \frac{1}{f_{lc}} + \frac{1}{f_{lo}} - \frac{d}{f_{lc} \cdot f_{lo}}$$

$$f_{eq} = \frac{DMVD}{\text{Aumento}}$$

$$\frac{1}{f_{eq}} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f} - \frac{2/3f}{f^2}$$

$$\frac{1}{f_{eq}} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f} - \frac{2/3}{f}$$

$$\frac{1}{f_{eq}} = \frac{4/3}{f}$$

$$f = 4/3 f_{eq}$$



$$f = 4/3 \cdot 25\text{mm}$$

$$f = 33,33\text{mm}$$

Ahora en la relación (1 : 2/3 : 1)

$$f_{lc} = 1 \cdot 33,33\text{mm} = 33,33\text{mm}$$

$$d = 2/3 \cdot 33,33\text{mm} = 22,22\text{mm}$$

$$f_{lo} = 1 \cdot 33,33\text{mm} = 33,33\text{mm}$$

$$F' = \frac{f'1 \cdot f'2}{f'1 + f'2 - d}$$

$$F' = \frac{33,33\text{mm} \cdot 33,33\text{mm}}{33,33 + 33,33 - 22,22}$$

$$F' = 24,99\text{mm}$$

$$F = - \frac{f'1 \cdot f'2}{f'1 + f'2 - d}$$

$$F = - 24,99\text{mm}$$

$$L1F = -F' \left(1 - \frac{d}{f'2} \right)$$

$$L1F = - 25 \left(1 - \frac{22,22}{33,33} \right)$$

$$L1F = - 8,33\text{mm}$$

Planos principales y Focales del sistema

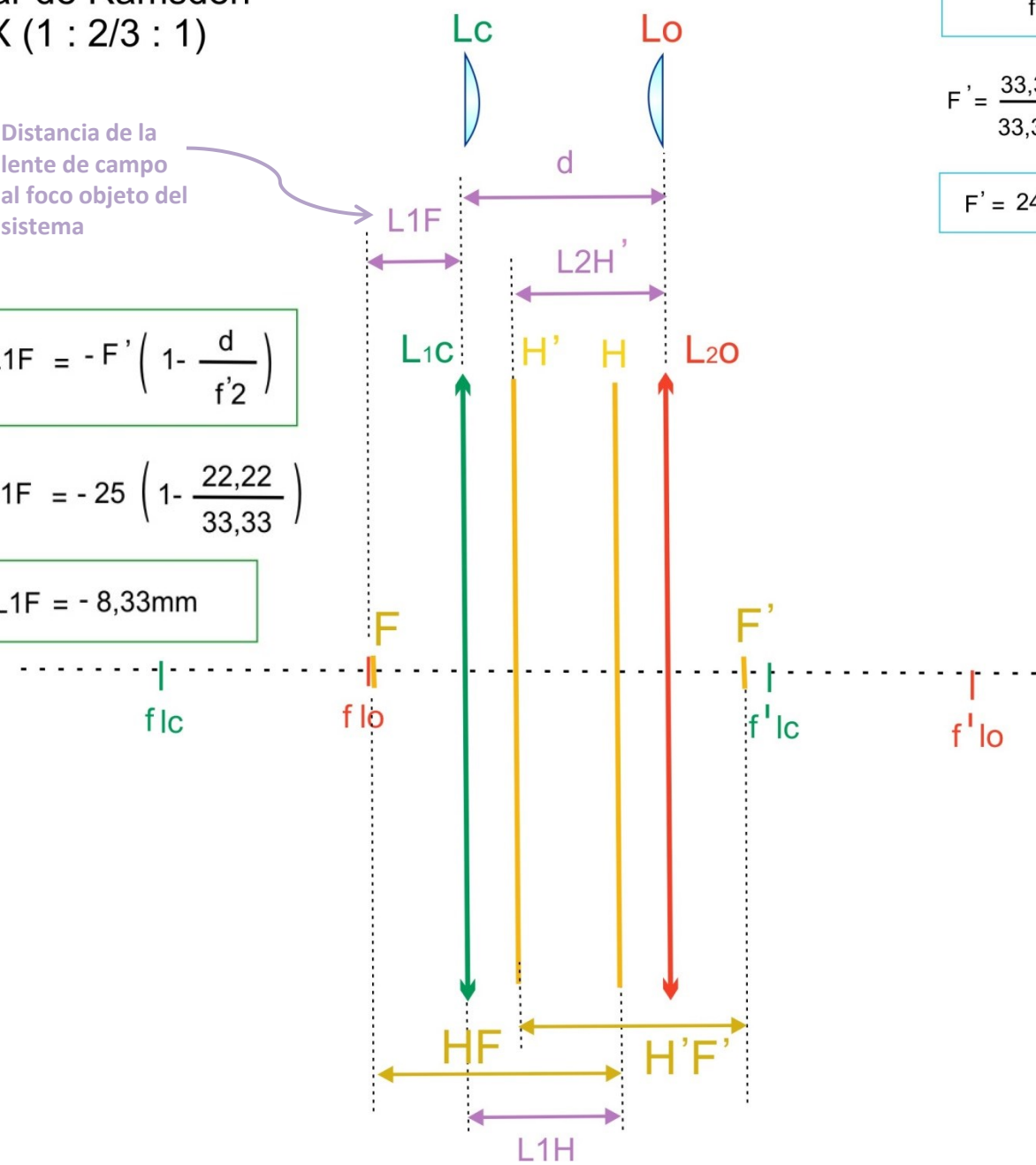
Ocular de Ramsden
10X (1 : 2/3 : 1)

Distancia de la lente de campo al foco objeto del sistema

$$L1F = -F' \left(1 - \frac{d}{f'2} \right)$$

$$L1F = -25 \left(1 - \frac{22,22}{33,33} \right)$$

$$L1F = -8,33\text{mm}$$



$$F' = \frac{f'1 \cdot f'2}{f'1 + f'2 - d}$$

$$F' = \frac{33,33\text{mm} \cdot 33,33\text{mm}}{33,33 + 33,33 - 22,22}$$

$$F' = 24,99\text{mm}$$

$$F = -\frac{f'1 \cdot f'2}{f'1 + f'2 - d}$$

$$F = -24,99\text{mm}$$

$$L1H = \frac{F' \times d}{f'2}$$

$$L1H = \frac{25 \times 22,22}{33,33}$$

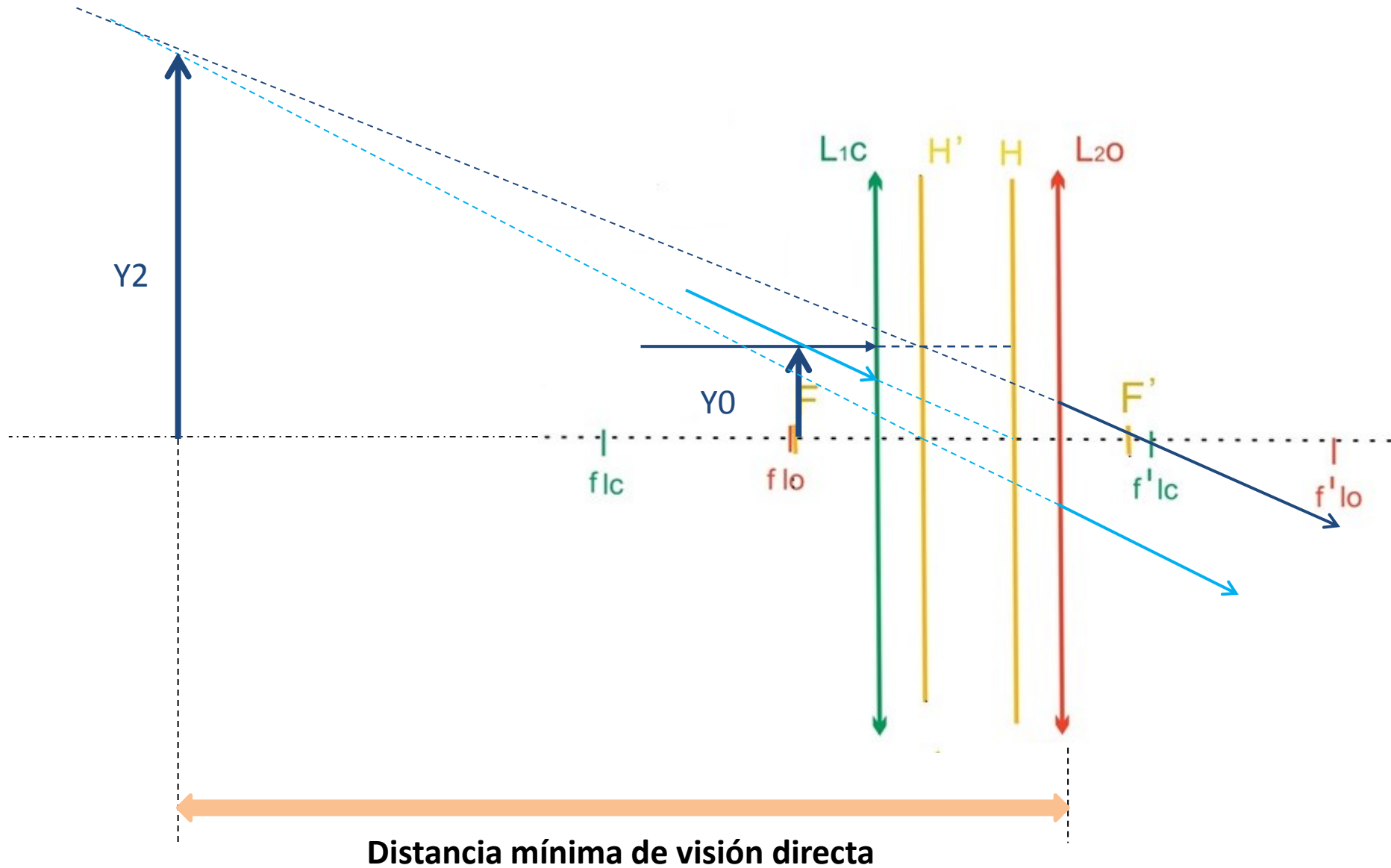
$$L1H = 16,66$$

$$L2H' = \frac{F' \times d}{-f'1}$$

$$L2H' = \frac{25 \times 22,22}{-33,33}$$

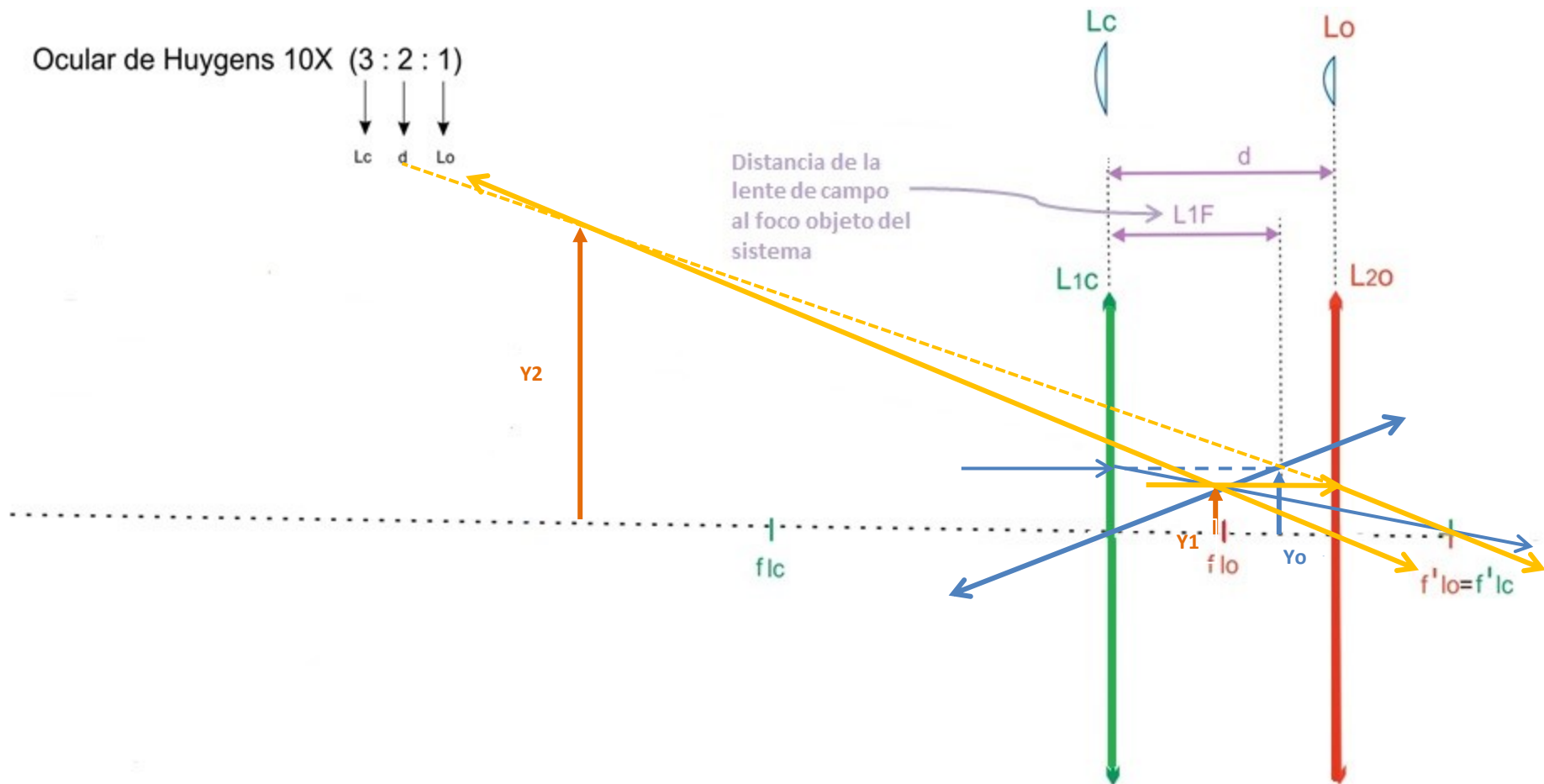
$$L2H' = -16,66$$

Marcha de rayos en un ocular de Ramsden

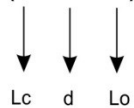


Marcha de rayos en un ocular de Huygens

Ocular de Huygens 10X (3 : 2 : 1)



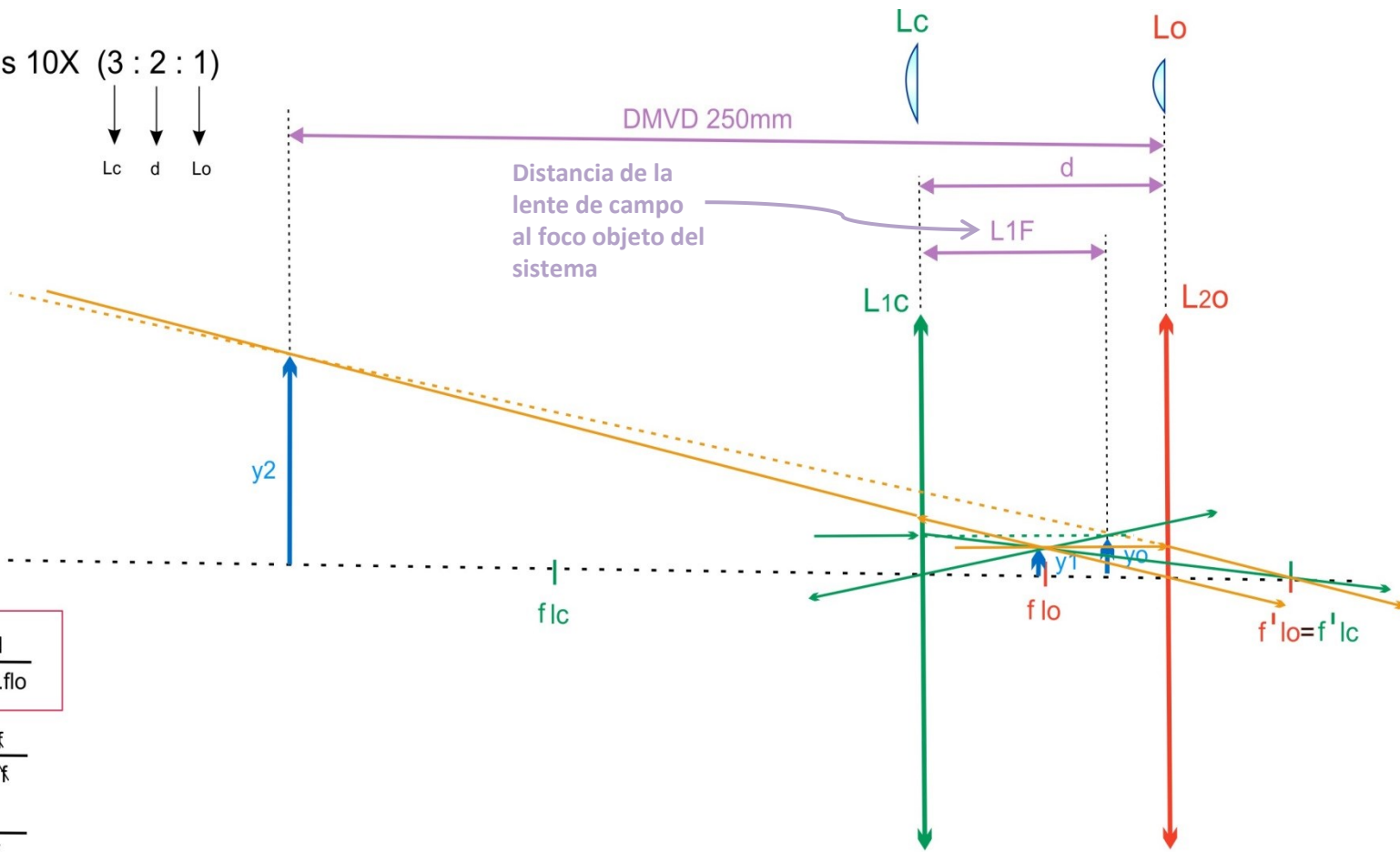
Ocular de Huygens 10X (3 : 2 : 1)



$$f_{eq} = \frac{DMVD}{\text{Aumento}}$$

$$f_{eq} = \frac{250\text{mm}}{10}$$

$$f_{eq} = 25\text{mm}$$



$$\frac{1}{f_{eq}} = \frac{1}{f_{lc}} + \frac{1}{f_{lo}} - \frac{d}{f_{lc} \cdot f_{lo}}$$

$$\frac{1}{f_{eq}} = \frac{1}{3f} + \frac{1}{f} - \frac{2f}{3f \cdot f}$$

$$\frac{1}{f_{eq}} = \frac{1}{3f} + \frac{1}{f} - \frac{2}{3f}$$

$$\frac{1}{f_{eq}} = \frac{2}{3f} \rightarrow 3f = 2 \cdot f_{eq}$$

$$f = \frac{2}{3} f_{eq} \rightarrow f = \frac{2}{3} \cdot 25\text{mm}$$

$$f = 16,66\text{mm}$$

$$F' = \frac{f'1 \cdot f'2}{f'1 + f'2 - d}$$

$$F' = \frac{50\text{mm} \cdot 16,66\text{mm}}{50 + 16,66 - 33,3}$$

$$F' = 24,99\text{mm}$$

$$F = - \frac{f'1 \cdot f'2}{f'1 + f'2 - d}$$

$$F = -24,99\text{mm}$$

$$L1F = -F' \left(1 - \frac{d}{f'2} \right)$$

$$L1F = -24,99 \left(1 - \frac{33,33}{16,66} \right)$$

$$L1F = 25,01\text{mm}$$

Ahora en la relación (3 : 2 : 1)

$$f_{lc} = 3 \cdot 16,66\text{mm} = 50\text{mm}$$

$$d = 2 \cdot 16,66\text{mm} = 33,3\text{mm}$$

$$f_{lo} = 1 \cdot 16,66\text{mm} = 16,66\text{mm}$$

(Planos principales y Focales del sistema)

Ocular de Huygens 10X (3 : 2 : 1)

$$F' = \frac{f'1 \cdot f'2}{f'1 + f'2 - d}$$

$$F = -\frac{f'1 \cdot f'2}{f'1 + f'2 - d}$$

$$F' = \frac{50\text{mm} \cdot 16,66\text{mm}}{50 + 16,66 - 33,3}$$

$$F = -24,99\text{mm}$$

$$F' = 24,99\text{mm}$$

Distancia de la lente de campo al foco objeto del sistema

$$L_2H' = \frac{F' \times d}{-f'1}$$

$$L_2H' = \frac{25 \times 33,33}{-50}$$

$$L_2H' = -16,66\text{mm}$$

$$L_1H = \frac{F' \times d}{f'2}$$

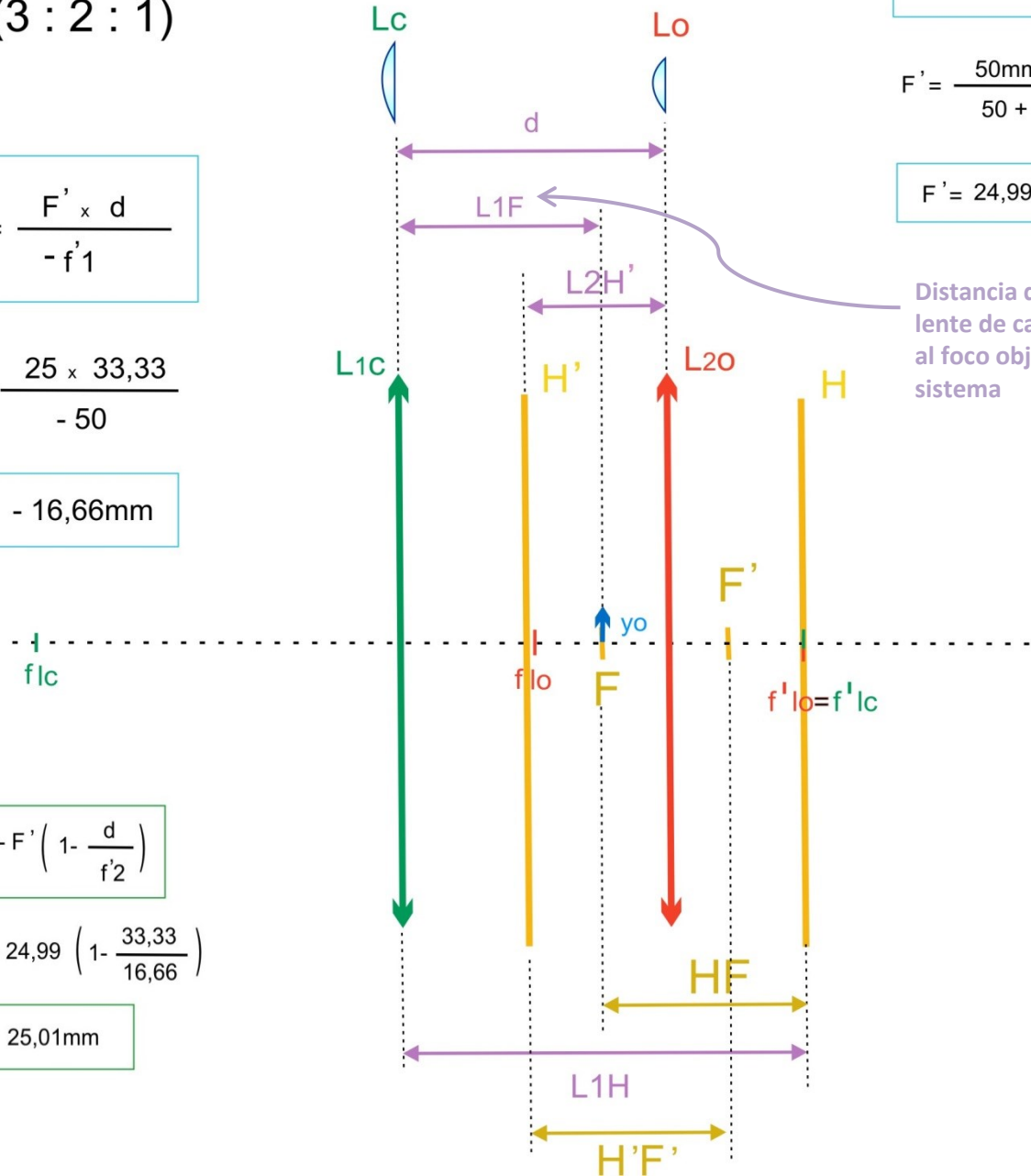
$$L_1H = \frac{25 \times 33,33}{16,66}$$

$$L_1H = 50,01\text{mm}$$

$$L1F = -F' \left(1 - \frac{d}{f'2} \right)$$

$$L1F = -24,99 \left(1 - \frac{33,33}{16,66} \right)$$

$$L1F = 25,01\text{mm}$$



f'lc

f'lo

yo

F

F'

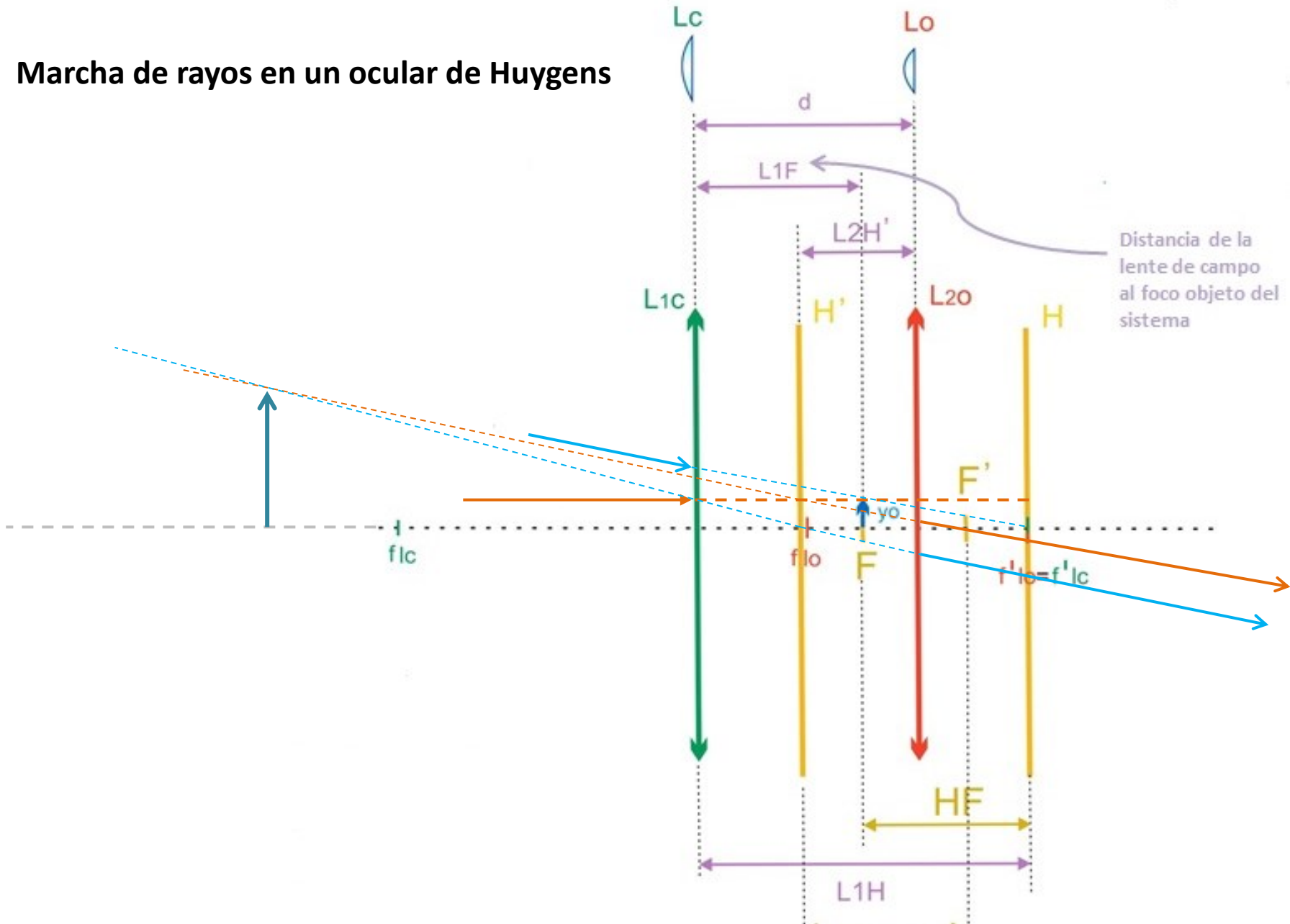
f'lo=f'lc

HF

L1H

H'F'

Marcha de rayos en un ocular de Huygens



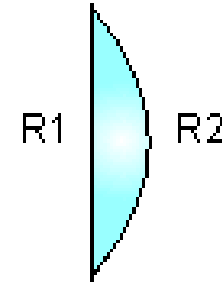
Para el ocular de Ramsden (focal $L_c = \text{focal } L_o = 33,33\text{mm}$)

$$\frac{1}{f'} = (n' - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{33,33} = (1,50137 - 1) \left(\frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{0,030}{0,50137} = - \frac{1}{R_2}$$

$$R_2 = -16,71\text{mm}$$



$$R_1 = \text{Infinito}$$

$$R_2 = -16,71$$

Para el ocular de Huygens (focal $L_c = 50\text{mm}$; focal $L_o = 16,66\text{mm}$)

$$\frac{1}{f'} = (n' - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{50} = (1,50137 - 1) \left(\frac{1}{R_1} \right)$$

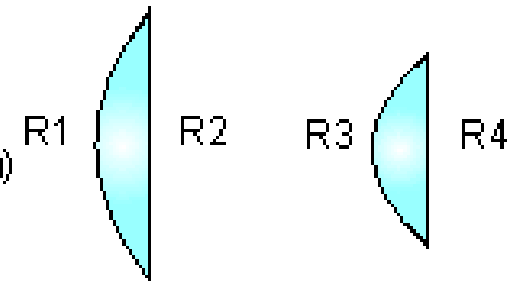
$$\frac{0,02}{50} = \frac{1}{R_1}$$

$$R_1 = 25,68\text{mm}$$

$$\frac{1}{16,66} = (1,50137 - 1) \left(\frac{1}{R_3} \right)$$

$$\frac{0,060}{0,50137} = \frac{1}{R_3}$$

$$R_3 = 8,35\text{mm}$$



$$R_1 =$$

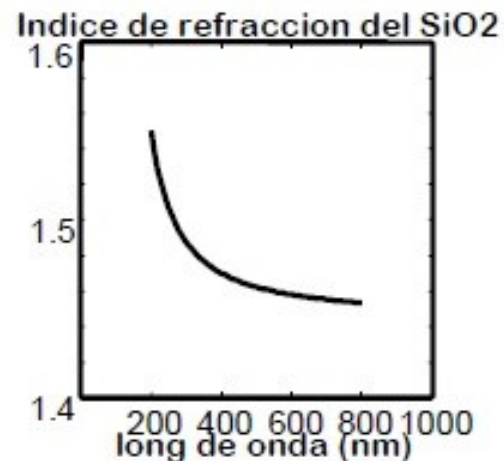
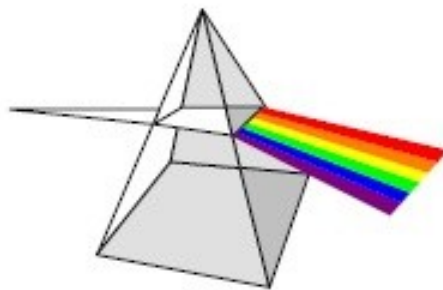
$$R_2 = \text{Infinito}$$

$$R_3 = 8,35$$

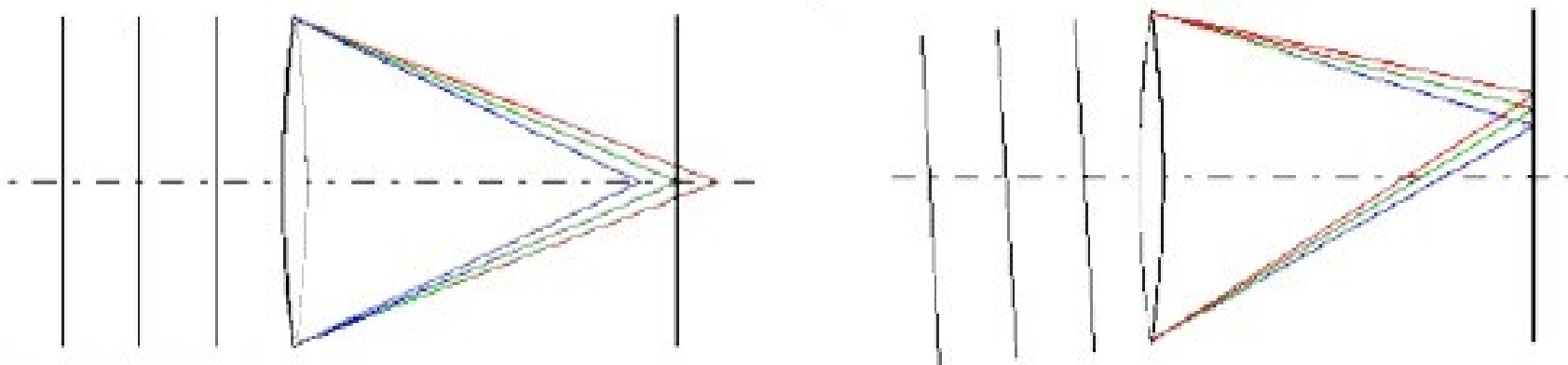
$$R_4 = \text{Infinito}$$

Aberración cromática

- Se debe a la variación del índice de refracción con λ
- Como consecuencia, el foco y los aumentos dependen de λ
- Para el vidrio, $n(\lambda)$ decrece con λ en el visible, así que la focal aumenta con λ
- Su efecto es que cualquier lente simple se comporta como un prisma descomponiendo la luz en sus colores primarios y formando un pequeño espectro alrededor del foco de la lente



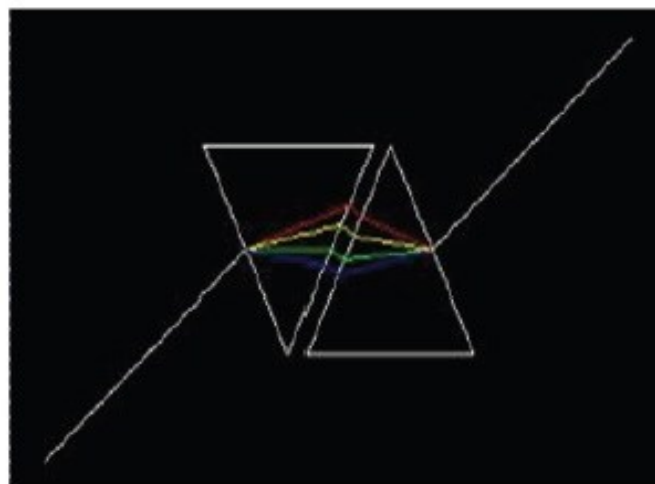
- Se distinguen dos tipos de aberración cromática:
 - **Axial:** Diferencia de foco para dos longitudes de onda
 - **Lateral:** Diferentes aumentos para distintas longitudes de onda



- La axial:
 - Produce halo coloreado alrededor de todo el objeto
 - Ocurre en cualquier posición de la imagen
 - Mejora al disminuir la apertura
 - El halo para un objeto enfocado tiene sólo un color
- La lateral:
 - Sólo afecta detalles tangenciales
 - No aparece en el centro de la imagen, y aumenta hacia las esquinas
 - No disminuye al reducir la apertura
 - Se manifiesta más en zonas desenfocadas de la imagen

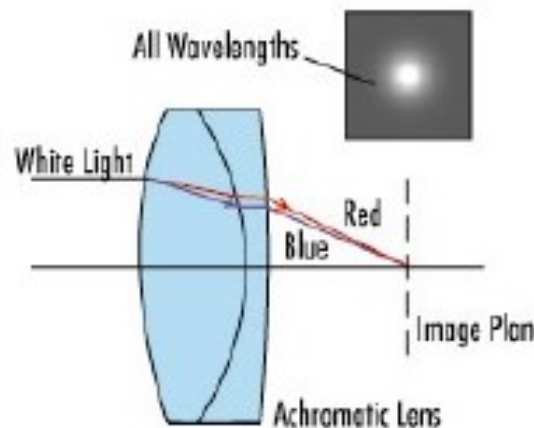
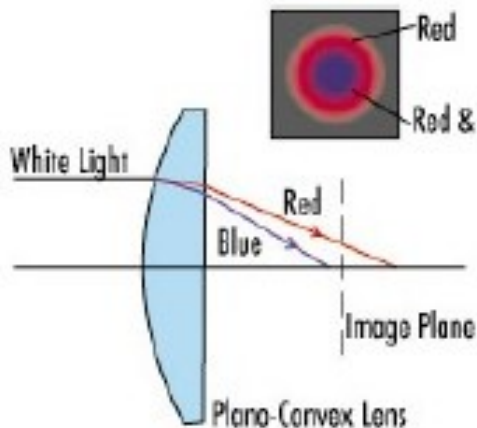
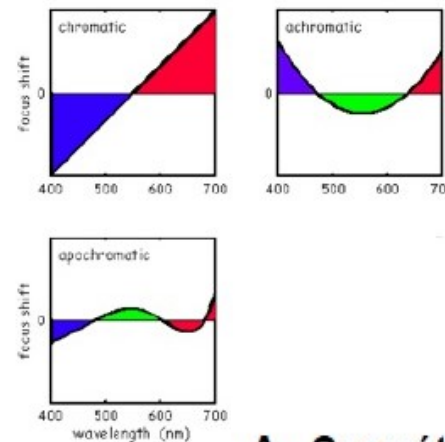
Corrección de aberraciones

- La corrección de la aberración cromática se basa en el método propuesto por Newton: si colocamos dos prismas uno junto a otro, pero invertidos, la descomposición que realiza el primero de ellos es reconstruida por el segundo y volvemos a obtener luz blanca
- Con los vidrios que se encuentran en el mercado, sólo es posible corregir la lente para una zona del espectro visible centrada en el verde, donde el ojo humano presenta el máximo de sensibilidad. Sin embargo, los extremos del espectro visible (azul y rojo) no están completamente corregidos



Corrección

- El **doblete acromático** es el sistema óptico más sencillo capaz de corregir la aberración cromática. Está formado por dos lentes: una lente convergente doble convexa formada con un vidrio de índice bajo (vidrio crown), cementada con una lente cóncava-convexa de un vidrio de índice mayor (vidrio flint). La dispersión cromática de la primera lente es compensada con la segunda, al menos para dos longitudes de onda. Optimizando se puede conseguir que las focales del resto de longitudes de onda se encuentren situadas en un espacio de longitud un 0.01% de la focal nominal
- Los objetivos que corrigen también hasta el rojo, se conocen como apocromáticos. Son necesarios con teleobjetivos y en astro-fotografía



A. Cromática: Diferencia en el punto (plano) focal según la longitud de onda incidente debido a que las longitudes de onda cortas (azules) se refractan más que las largas (rojas) → hay "dos focos límite": rojo y azul, con $f_A < f_R$ y $\Delta f \approx (1/60) \cdot f_{ref}$ siendo $f_{ref} = f(550 \text{ nm})$

Produce la formación de una imagen doble roja-azul.

Corrección: uso de Dobletes Acromáticos (*achromats*)
= Pareja de lentes de materiales distintos
+ positiva (índice bajo, vidrio *crown*)
+ negativa (índice alto, vidrio *flint*)
cuyas aberraciones se compensan y tal que la combinación tiene la distancia focal deseada.

Acromatizar un doblete de lentes

Significa encontrar dos lentes, una convexa y otra cóncava, de forma tal que sus vidrios ópticos equilibren el cromatismo de la imagen del sistema.

Partimos de la formula del constructor de lentes, y llamamos vergencia al termino que relaciona los radios de curvatura de la lente.

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\underbrace{\frac{1}{R1} - \frac{1}{R2}}_{\text{Vergencia}} \right)$$

$$\text{Vergencia} = \frac{1 / f}{n - 1}$$

Despejamos el valor de vergencia y lo calculamos para el indice de refracción del vidrio óptico referido a la línea amarilla
Luego con este valor de vergencia, utilizamos la formula del constructor para hallar el valor focal para la línea azul y la línea roja.

$$\text{(Focal para la línea azul)} \quad \frac{1}{f} = (n_F - 1) (\text{vergencia})$$

$$\text{(Focal para la línea roja)} \quad \frac{1}{f} = (n_C - 1) (\text{vergencia})$$

Ahora con los valores focales de la línea azul y la roja, podemos calcular el cromatismo axial.

$$\text{Cromatismo Axial} = \text{Focal } (p / n_C) - \text{Focal } (p / n_F)$$

Ahora estamos en condiciones de acromatizar, siguiendo la relación

$$\frac{\sum P_s}{v} = \frac{P(L+)}{v} + \frac{P(L-)}{v}$$

$$P_s = \frac{1}{f(p/nd)} = \text{Dioptrias}$$

(Potencia del sistema medida en dioptrias a partir de la focal para la línea amarilla medida en metros)

$$P_s = P(L+) + P(L-) = 0$$

Ahora debemos elegir un vidrio Crown para la lente positiva y uno Flint para la negativa, teniendo en cuenta de elegir un vidrio Flint donde el número de abbe sea aproximadamente la mitad del número de abbe del Crown.

$$P(L+) = \frac{P_s \times v_d(L+)}{v_d(L+) - v_d(L-)} \quad P(L-) = \frac{P_s \times v_d(L-)}{v_d(L-) - v_d(L+)}$$

Luego calculamos los valores focales para ambas lentes.

También debemos hallar los radios para cada lente utilizando la fórmula del constructor de lentes.

Cromatismo para el doblete

- 1- Calculamos el cromatismo axial para la lente positiva
- 2- Calculamos el cromatismo para la lente negativa.
- 3- Luego hacemos la diferencia.

(Para la lente positiva) ya conocemos el valor de los radios

$$\frac{1}{f_{L+}} = (n_F - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \longrightarrow f_{L+} \text{ para } n_F \text{ (azul)}$$

$$\frac{1}{f_{L+}} = (n_C - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \longrightarrow f_{L+} \text{ para } n_C \text{ (rojo)}$$

$$\text{Cromatismo Axial } L_+ = \left| f_{L+}(p/n_C) \right| - \left| f_{L+}(p/n_F) \right|$$

Ahora hacemos lo mismo para la lente negativa

$$\frac{1}{f_{L-}} = (n_F - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \longrightarrow f_{L-} \text{ para } n_F \text{ (azul)}$$

$$\frac{1}{f_{L-}} = (n_C - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \longrightarrow f_{L-} \text{ para } n_C \text{ (rojo)}$$

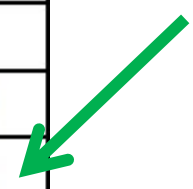
$$\text{Cromatismo Axial } L_- = \left| f_{L-}(p/n_C) \right| - \left| f_{L-}(p/n_F) \right|$$

$$\text{Cromatismo Doblete} = (\text{Cromatismo Axial } L_-) - (\text{Cromatismo Axial } L_+)$$

Ejemplo: Acromatizar el objetivo de un anteojo , el cual cuenta con un ocular de 10X y la focal del objetivo es 200mm , el mismo esta construido de un vidrio cuyo índice de refracción es $n_d = 1,51680$

| nd | nf | nc | nf-nc | Vd | Tipo |
|---------|----------|---------|----------|-------|------|
| 1,437 | 1,440338 | 1,43552 | 0,004818 | 90,7 | FK54 |
| 1,4645 | 1,469383 | 1,46232 | 0,007063 | 65,77 | FK3 |
| 1,48605 | 1,490182 | 1,48424 | 0,005942 | 81,1 | FK52 |
| 1,48656 | 1,49056 | 1,4848 | 0,00576 | 84,47 | FK51 |
| 1,48749 | 1,492274 | 1,48535 | 0,006924 | 70,41 | FK5 |
| 1,49782 | 1,502955 | 1,49552 | 0,007435 | 66,95 | BK10 |
| 1,49831 | 1,503599 | 1,49594 | 0,007659 | 65,06 | BK3 |
| 1,50013 | 1,50578 | 1,49764 | 0,00814 | 61,44 | K11 |
| 1,50137 | 1,507558 | 1,49867 | 0,008888 | 56,41 | K10 |
| 1,50378 | 1,508978 | 1,50145 | 0,007528 | 66,92 | PK1 |
| 1,51009 | 1,515667 | 1,50763 | 0,008037 | 63,46 | BK1 |
| 1,51112 | 1,517001 | 1,50854 | 0,008461 | 60,41 | K7 |
| 1,51454 | 1,521096 | 1,51169 | 0,009406 | 54,7 | KF3 |
| 1,5168 | 1,522374 | 1,51432 | 0,008054 | 64,17 | BK7 |

BK7
 $n_d = 1,51680$
 $n_f = 1,52237$
 $n_c = 1,51432$
 $V_d = 64,17$



Para la lente simple

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R1} - \frac{1}{R2} \right)$$

$$\text{Vergencia} = \frac{1 / f}{n - 1} = \frac{1 / 200\text{mm}}{1,51680 - 1} = 9,67 \times 10^{-3}$$

(Focal para la linea azul) $\frac{1}{f} = (n F - 1) (\text{vergencia})$

$$\frac{1}{f} = (1,52238 - 1) 9,67 \times 10^{-3}$$

$$f = 197,96\text{mm}$$

(Focal para la linea roja) $\frac{1}{f} = (n C - 1) (\text{vergencia})$

$$\frac{1}{f} = (1,51432 - 1) 9,67 \times 10^{-3}$$

$$f = 201,06\text{mm}$$

$$\text{Cromatismo Axial} = \text{Focal (p/ nC)} - \text{Focal (p/ nF)}$$

$$\text{Cromatismo Axial} = 201,06 - 197,96$$

$$\text{Cromatismo Axial} = 3,10\text{mm}$$

Cromatismo axial para la lente simple

Condición para acromatizar

$$\frac{\sum P_s}{vd} = \frac{P(L+)}{vd} + \frac{P(L-)}{vd}$$

$$P_s = \frac{1}{f(p/nd)} = \frac{1}{200\text{mm}} = \frac{1}{0,2\text{m}}$$

$$P_s = 5 \text{ dioptrias}$$

$$P_s = P(L+) + P(L-)$$

$$P(L+) = \frac{P_s \times vd(L+)}{vd(L+) - vd(L-)} = \frac{5 \text{ diop} \times 64}{64 - 32} = \frac{320}{32}$$

$$P(L+) = 10 \text{ dioptrias}$$

$$P(L-) = \frac{P_s \times vd(L-)}{vd(L-) - vd(L+)} = \frac{5 \text{ diop} \times 32}{32 - 64} = \frac{160}{-32}$$

$$P(L-) = -5 \text{ dioptrias}$$

Para este caso teórico elegimos dos vidrios ópticos ficticios con números de Abbe 64 y 32

Vamos a realizar otro ejemplo mas real, donde calculamos los radios de curvatura de las lentes de vidrio Crown y Flint.

Acromatizar un objetivo simple de 473,46mm construido de vidrio BK7 , sabiendo que el radio adosado de el objetivo ya acromatizado es 169,82mm.

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R1} - \frac{1}{R2} \right)$$

El valor de nd es del vidrio de la Lente simple

$$\text{Vergencia} = \frac{1/f}{n - 1} = \frac{1/473,46\text{mm}}{1,51680 - 1} = 4,0869 \times 10^{-3}$$

(Focal para la linea azul) $\frac{1}{f} = (n_F - 1) (\text{vergencia})$

$$\frac{1}{f} = (1,52237 - 1) 4,0869 \times 10^{-3}$$

$$f = 468,41\text{mm}$$

(Focal para la linea roja) $\frac{1}{f} = (n_C - 1) (\text{vergencia})$

$$\frac{1}{f} = (1,51432 - 1) 4,0869 \times 10^{-3}$$

$$f = 475,74\text{mm}$$

$$\text{Cromatismo Axial} = \text{Focal } (p/n_C) - \text{Focal } (p/n_F)$$

$$\text{Cromatismo Axial} = 475,74\text{mm} - 468,41\text{mm}$$

$$\text{Cromatismo Axial} = 7,33\text{mm}$$

Cromatismo axial para la Lente simple

$$\frac{\sum P_s}{v} = \frac{P(L+)}{v} + \frac{P(L-)}{v}$$

$$P_s = \frac{1}{f(p/nd)} = \frac{1}{0,47346m} =$$

$$P_s = 2,09 \text{ dioptrias}$$

$$P_s = P(L+) + P(L-)$$

Ahora de las tabla de Vidrios elegimos un vidrio Crown y uno Flint.

$$K F 6 \quad n_d = 1,51742 \quad v_d = 52,2$$

$$T i F 6 \quad n_d = 1,6165 \quad v_d = 30,97$$

$$P(L+) = \frac{P_s \times v_d(L+)}{v_d(L+) - v_d(L-)} = \frac{2,09 \text{ diop} \times 52,2}{52,2 - 30,97} = \quad P(L-) = \frac{P_s \times v_d(L-)}{v_d(L-) - v_d(L+)} = \frac{2,09 \text{ diop} \times 30,97}{30,97 - 52,2} =$$

$$P(L+) = 5,13 \text{ dioptrias}$$

$$P(L-) = -3,048 \text{ dioptrias}$$

$$P_s = P(L+) + P(L-)$$

$$P_s = 5,13 \text{ dioptrias} - 3,048 \text{ dioptrias} = 2,082 \text{ dioptrias}$$

Ahora vamos a calcular la focal de las lentes y sus radios de curvatura

$$P_{L+} = \frac{1}{f_{L+}} \quad f_{L+} = \frac{1}{P_{L+}} = \frac{1}{5,13 \text{ d}} = 0,19459m = 194,59mm$$

$$f_{L+} = 194,59mm$$

Sabemos que para lente(+) el radio adosado es el $R2 = - 169,82\text{mm}$, ahora podemos hallar el radio $R1$

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R1} - \frac{1}{R2} \right)$$

$$\frac{1}{f_{L+}} = (n - 1) \left(\frac{1}{R1} - \frac{1}{R2} \right)$$

$$\frac{1}{194,59\text{mm}} = (1,51742 - 1) \left(\frac{1}{R1} + \frac{1}{169,82} \right)$$

$$R1 = 247,31\text{mm}$$

Para la lente negativa

$$P_{L-} = \frac{1}{f_{L-}}$$

$$f_{L-} = \frac{1}{P_{L-}} = \frac{1}{-3,048 \text{ d}} = -0,32808\text{m} = -328,08\text{mm}$$

$$f_{L+} = -328,08\text{mm}$$

Como en el caso anterior el radio adosado es - 169,82mm, para la lente(-) es R3 y por calculo podemos hallar el radio R4

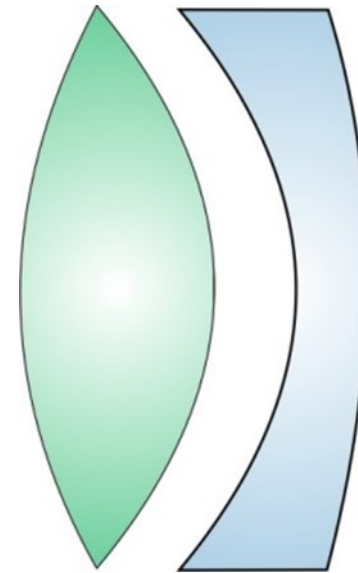
$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R1} - \frac{1}{R2} \right)$$

$$\frac{1}{fL-} = (n - 1) \left(\frac{1}{-R3} - \frac{1}{R4} \right)$$

$$\frac{1}{-328,08\text{mm}} = (1,6165 - 1) \left(\frac{1}{-169,82} - \frac{1}{R4} \right)$$

$$\frac{-3048 \times 10^{-3}}{0,6165} = -5,888 \times 10^3 - \frac{1}{R4}$$

$R4 = -1058,66\text{mm}$



$R1 = 247,31\text{mm}$

$R2 = -169,82\text{mm}$

K F 6

$R3 = -169,82\text{mm}$

$R4 = -1068,42\text{mm}$

T i F 6

Ejemplo de Acromatizar (completo)

Tenemos un objetivo simple biconvexo de radios iguales, construido de vidrio óptico Bk7 con una focal 478,46mm

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad R_1 = R_2$$

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{2}{R} \right) \quad \rightarrow \quad \frac{1}{478,46\text{mm}} = (1,5168 - 1) \left(\frac{2}{R} \right)$$

$$\frac{0,02090}{0,5168} = \frac{2}{R} \quad \rightarrow \quad R = 494,53 \text{ mm}$$

$$\text{Vergencia} = \frac{1 / f}{n - 1}$$

$$\text{Vergencia} = \frac{1 / 478,46\text{mm}}{(1,5168 - 1)} = 0,04044 \quad \text{Vergencia} = 0,04044$$

Cromatismo axial para el objetivo simple

$$\text{(Focal para la línea azul)} \quad \frac{1}{f_{nF}} = (n_F - 1) (\text{vergencia})$$

$$\frac{1}{f_{nF}} = (1,52237 - 1) (0,04044) \quad \rightarrow \quad f_{nF} = 473,35\text{mm}$$

(Focal para la línea roja) $\frac{1}{f_{nC}} = (n_C - 1) (\text{vergencia})$

$$\frac{1}{f_{nC}} = (1,51432 - 1) (0,004044) \rightarrow f_{nC} = 480,79\text{mm}$$

$$\text{Cromatismo Axial} = \text{Focal (p/ nC)} - \text{Focal (p/ nF)} \rightarrow 480,79\text{mm} - 473,35\text{mm}$$

$$\text{Cromatismo Axial} = 7,44\text{mm}$$

$$P (\text{lente simple}) = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,47846\text{m}} = 2,09 \text{ dioptrias}$$

$$P (\text{lente simple}) = 2,09 \text{ dioptrias}$$

Usando el siguiente criterio vamos a reemplazar la lente simple por un doblete acromático que tenga la misma focal

$$\frac{\sum P_s}{v_d} = \frac{P(L+)}{v_d} + \frac{P(L-)}{v_d}$$

$$P_{ls} = P(L+) + P(L-) = 0$$

Elejimos dos vidrios de la tabla, teniendo en cuenta elegir un Crown para la lente positiva y Flint para la negativa

Kf 6

nd= 1,51742
nF= 1,52434
nC= 1,51443
Vd= 52,2

Tif 6

nd= 1,6165
nF= 1,63070
nC= 1,6108
Vd= 30,97

$$P(L+) = \frac{P_s \times v_d(L+)}{v_d(L+) - v_d(L-)} \quad P(L-) = \frac{P_s \times v_d(L-)}{v_d(L-) - v_d(L+)}$$

$$P(L+) = \frac{P_s \times vd(L+)}{vd(L+) - vd(L-)} = \frac{2,09 D \times 52,2}{52,2 - 30,97} = + 5,13 D$$

$$F(L+) = \frac{1}{P(L+)} = \frac{1}{+ 5,13 D} = 194,93 \text{mm}$$

$$P(L-) = \frac{P_s \times vd(L-)}{vd(L-) - vd(L+)} = \frac{2,09 D \times 30,97}{30,97 - 52,2} = - 3,04 D$$

$$F(L-) = \frac{1}{P(L-)} = \frac{1}{- 3,04 D} = - 327,99 \text{mm}$$

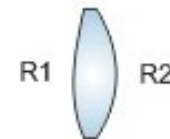
Tenemos como dato que el radio adosado es $R2 = - 169,82 \text{mm}$

Para la lente positiva de vidrio Crown

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R1} - \frac{1}{R2} \right)$$

$$\frac{1}{F(L+)} = (n - 1) \left(\frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} \right) \longrightarrow \frac{1}{194,93} = (1,51742 - 1) \left(\frac{1}{R1} + \frac{1}{169,82} \right)$$

$$R1 = 248,38 \text{mm}$$



$$\frac{1}{F(L-)} = (n - 1) \left(\frac{1}{-R3} - \frac{1}{R4} \right) \longrightarrow \frac{1}{-327,99} = (1,6165 - 1) \left(\frac{1}{-169,82} - \frac{1}{R4} \right)$$

$$R4 = - 1068,42 \text{ mm}$$



Kf 6

nd= 1,51742
nF= 1,52434
nC= 1,51443
Vd= 52,2

Tif 6

nd= 1,6165
nF= 1,63070
nC= 1,6108
Vd= 30,97

$$\text{vergenza L+} = \frac{1}{194,93} \\ (1,51742 - 1)$$

$$\text{vergenza L+} = 9,914 \text{ E-3}$$

$$\text{vergenza L-} = \frac{1}{-327,99} \\ (1,6165 - 1)$$

$$\text{vergenza L-} = - 4,945 \text{ E-3}$$

Cromatismo axial Lente Crown

(Focal para la linea azul) $\frac{1}{f_{nF}} = (n F - 1) \text{ (vergencia L+)}$

$$\frac{1}{f_{nF}} = (1,52434 - 1) (9,914 \text{ E-3}) \rightarrow f_{nF} = 192,37\text{mm}$$

(Focal para la linea roja) $\frac{1}{f_{nC}} = (n C - 1) \text{ (vergencia)}$

$$\frac{1}{f_{nC}} = (1,51443 - 1) (9,914 \text{ E-3}) \rightarrow f_{nC} = 196,07\text{mm}$$

$$\text{Cromatismo Axial} = F(p/nC) - F(p/nF)$$

$$= 196,07\text{mm} - 192,37\text{mm}$$

$$\text{Cromatismo Axial L+} = 3,7\text{mm}$$

Cromatismo axial Lente Flint

(Focal para la linea azul) $\frac{1}{f_{nF}} = (n F - 1) \text{ (vergencia L-)}$

$$\frac{1}{f_{nF}} = (1,63070 - 1) (-4,945 \text{ E-3}) \rightarrow f_{nF} = -320,63\text{mm}$$

(Focal para la linea roja) $\frac{1}{f_{nC}} = (n C - 1) \text{ (vergencia L-)}$

$$\frac{1}{f_{nC}} = (1,6108 - 1) (-4,945 \text{ E-3}) \rightarrow f_{nC} = -331,08\text{mm}$$

$$\text{Cromatismo Axial} = |F(p/nC)| - |F(p/nF)|$$

$$= 331,08\text{mm} - 320,63\text{mm}$$

$$\text{Cromatismo Axial L-} = 10,45\text{mm}$$

$$\text{Cromatismo Axial Doblte} = 10,45\text{mm} - 3,7\text{mm}$$

$$\text{Cromatismo Axial Doblte} = 6,75\text{mm}$$