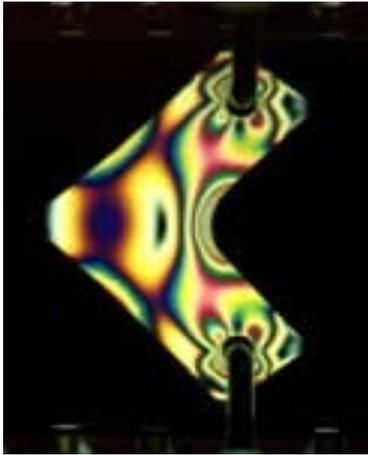


## Tema 3 (cont.). Birrefringencia.



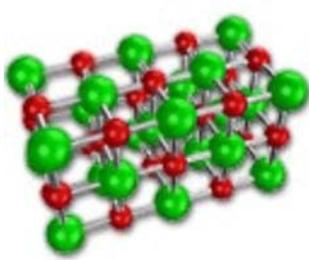
- 3.8 Anisotropía. Doble refracción.
- 3.9 Modelo de Lorentz para la birrefringencia
- 3.10 Polarizadores dicroicos. Ley de Malus
- 3.11 Propagación a través de una lámina retardadora
- 3.12 Aplicaciones de la luz polarizada
  - Análisis de luz polarizada
  - Fotoelasticidad
  - Polarimetría láser
  - Mejora de imágenes
  - Pantallas de cristal líquido
  - Prismas polarizadores

Miguel Antón Revilla  
Departamento de Óptica  
EUO

## 3.8 Anisotropía

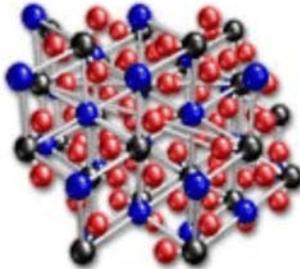
Hasta ahora hemos asumido que el índice de refracción de un medio no depende de la dirección de propagación de la luz en el medio, es decir, las propiedades ópticas del medio material son las mismas en todas las direcciones. Se dice entonces que el medio es *isótropo*. Sin embargo, existen materiales en los que el índice de refracción varía con la dirección de propagación en el material. A estos materiales se les denomina *anisótropos*. En la naturaleza existen muchos materiales ópticamente anisótropos. Los medios materiales están formados por agregados de átomos y moléculas. Según el estado de agregación en que se encuentren, los materiales se pueden comportar de forma isótropa o anisótropa al paso de la luz.

### Estructuras cristalinas de materiales isótropos y anisótropos



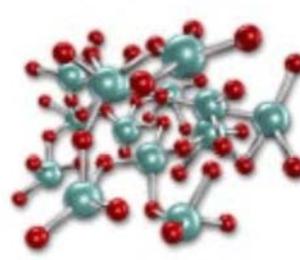
(a)

Cloruro sódico



(b)

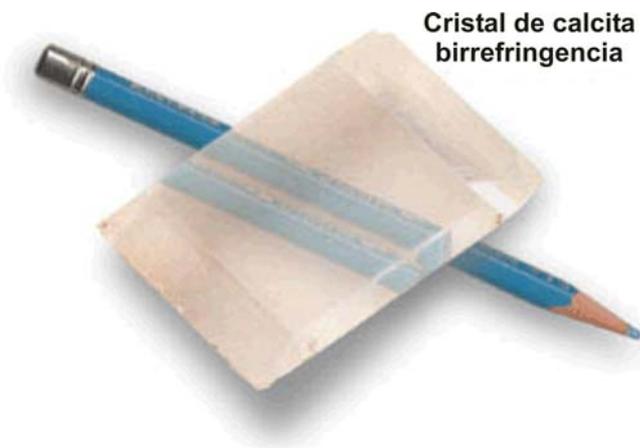
Calcita



(c)

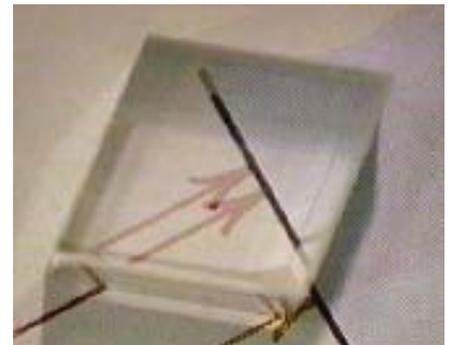
Polímero amorfo

Un ejemplo es el cristal de calcita ( $\text{CO}_3\text{Ca}$ ). Cuando la luz pasa a través de un cristal de calcita, en determinadas direcciones se produce una doble imagen o *doble refracción*.

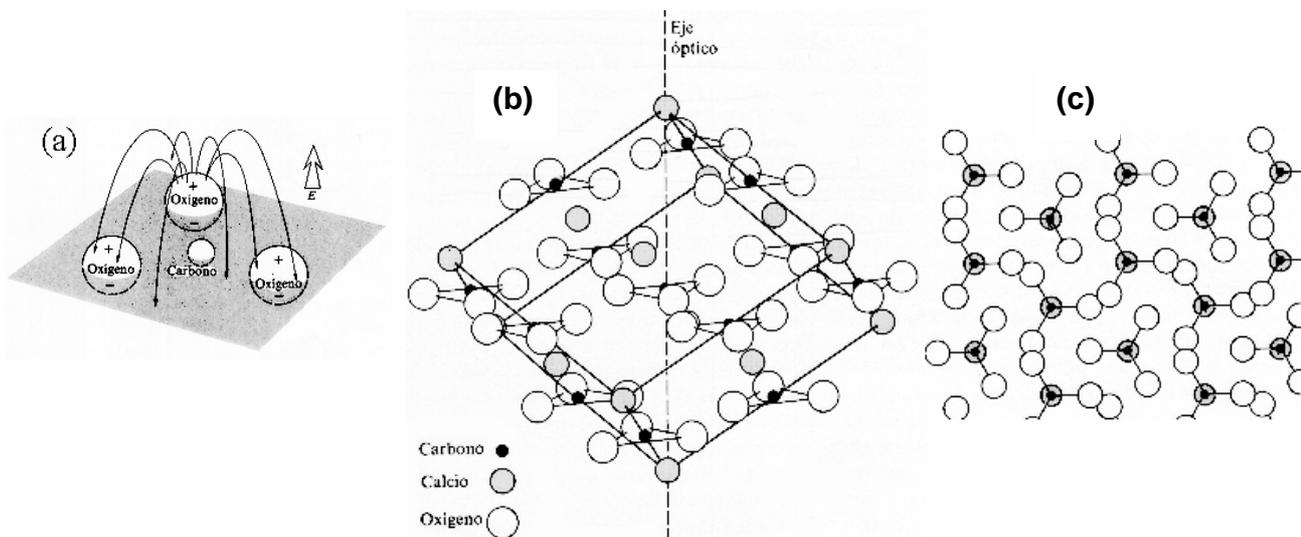


Cristal de calcita  
birrefringencia

En la figura se ha colocado un cristal de calcita encima de un papel donde se han dibujado una flecha y casi perpendicular a ella, una raya más gruesa. Se puede observar que la flecha se ve doble, mientras que la raya no. Así pues, según en la dirección en que se propague la luz, tendremos doble o simple refracción.



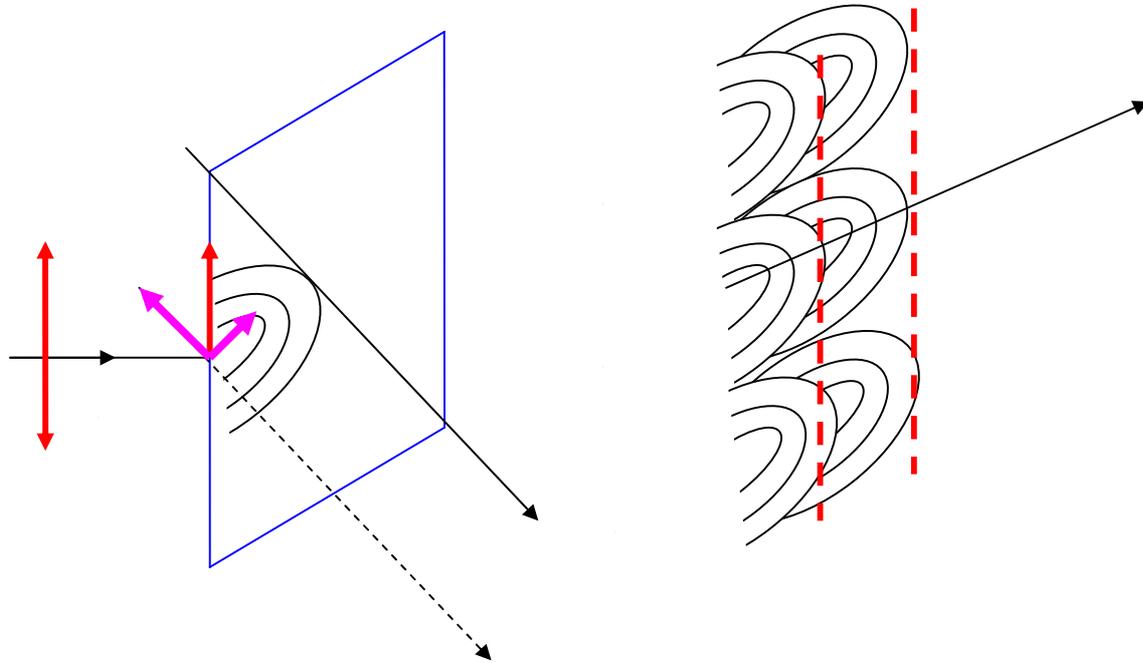
La razón de este comportamiento está en la estructura molecular de la calcita. El grupo carbonato se compone de tres átomos de oxígeno y un átomo de carbono descansa en un mismo plano, con el átomo de carbono en el centro de un triángulo formado por los átomos de oxígeno. El átomo de calcio está en otro plano. Si miramos el cristal a lo largo de una línea imaginaria que pasa por los átomos de calcio, y que es perpendicular al plano del grupo carbonato, encontraríamos una distribución atómica como la que se muestra en la figura (c). Esta línea la denominaremos eje óptico del cristal. Si una onda se propaga en la dirección del eje óptico, el campo eléctrico asociado vibra perpendicularmente a esta dirección, esto es, en el plano de los átomos de carbono y oxígeno. El campo se encuentra la misma distribución atómica en todas las direcciones, por lo que el cristal presentará un mismo índice de refracción en todas las direcciones. Sin embargo, si la onda incide perpendicularmente al eje óptico, una componente del campo eléctrico podrá vibrar en la dirección del eje óptico tendiendo a desplazar al átomo de calcio respecto del grupo carbonato, mientras que la otra componente del campo eléctrico vibra en el plano del grupo carbonato y tenderá a mover a este grupo de átomos cuyos enlaces son distintos que los que existen entre el calcio y el grupo carbonato. Ello conducirá a dos índices de refracción diferentes para cada componente de la onda.



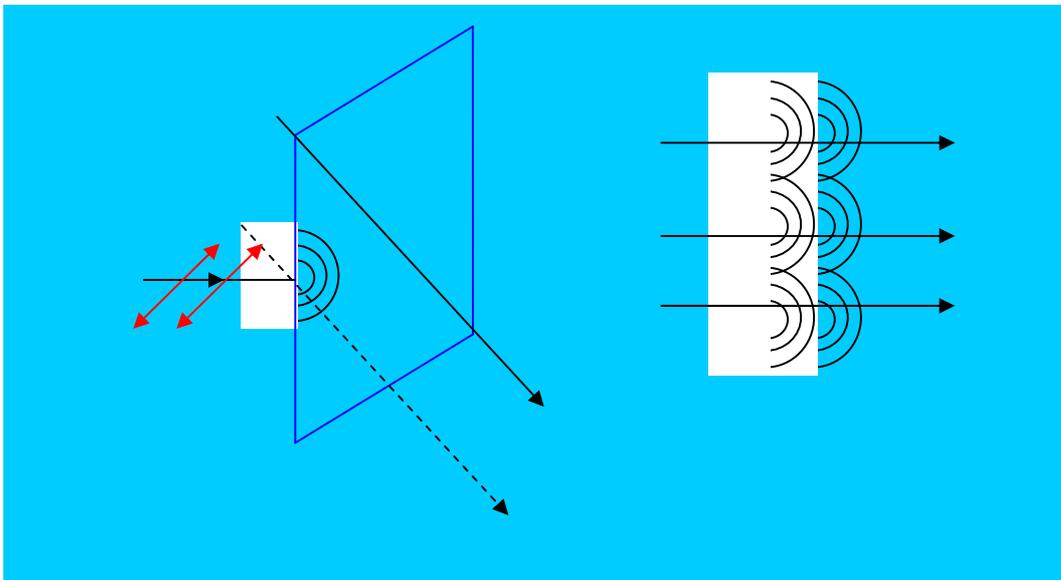
Algunos medios materiales anisótropos se indican en la tabla adjunta:

Cristal	$n_o$	$n_e$
Turmalina	1.669	1.638
Calcita	1.658	1.486
Cuarzo	1.544	1.553
Nitrato sódico	1.585	1.337
Hielo	1.309	1.313
Rutilo( $TiO_2$ )	2.616	2.903

Para ver las consecuencias sobre la propagación, supongamos que un haz de luz polarizado en el plano del papel, incide sobre un cristal de calcita en una dirección que no coincide con el eje óptico. Podremos entonces descomponer el campo en una componente paralela al eje óptico y otra perpendicular. El campo paralelo al eje óptico generará una onda que se propaga a una velocidad  $v_e$  y en dirección perpendicular al eje óptico. Por su parte, la componente de campo que vibra perpendicularmente al eje óptico experimenta un índice de refracción diferente, por lo que generará una onda que se propaga a una velocidad  $v_o$ . El resultado será una onda deformada que dará lugar a la onda extraordinaria.



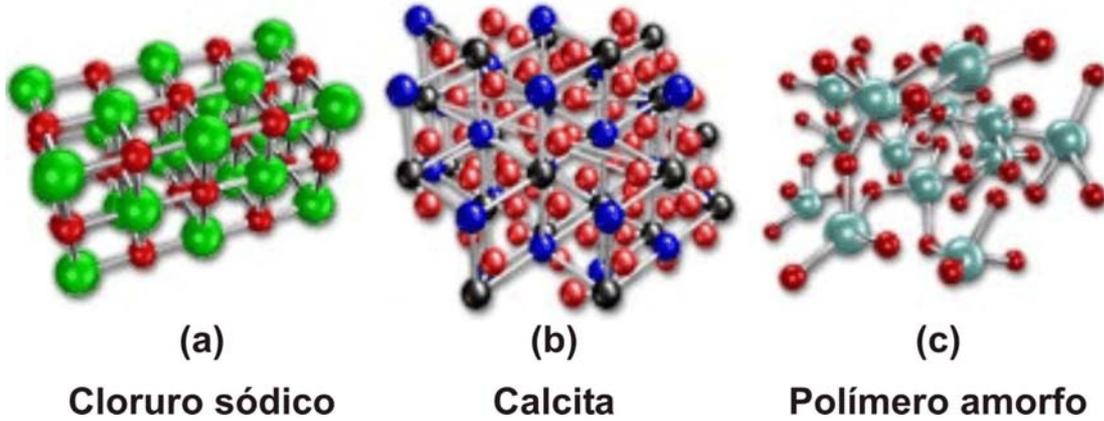
Si el campo incidente vibra perpendicularmente al plano del eje óptico del cristal, se generará una onda esférica ya que ahora no hay componente en la dirección del eje óptico. La onda resultante se propagará en la misma dirección del haz incidente.



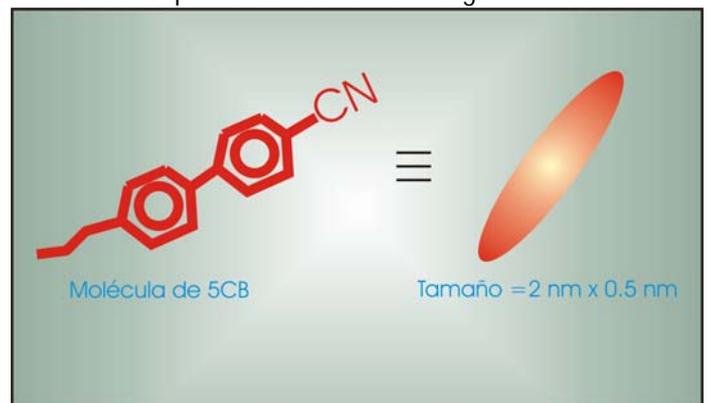
## 3.9. Modelo de Lorentz para la birrefringencia

Los medios materiales están formados por agregados de átomos y moléculas. Según el estado de agregación en que se encuentren, los materiales se pueden comportar de forma isotrópica o anisotrópica al paso de la luz.

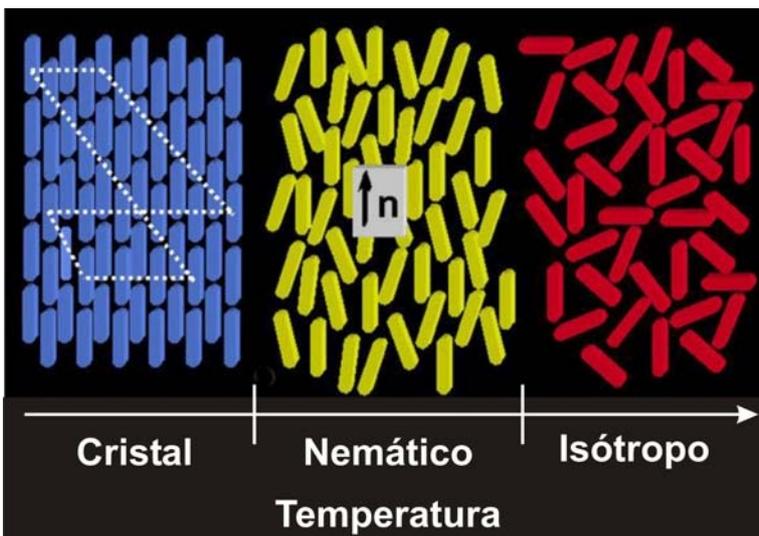
### Estructuras cristalinas de materiales isotrópicos y anisotrópicos



También hay moléculas que son anisótropas de por sí. Ello se debe a que la distribución de carga no tiene simetría esférica, debido a que las fuerzas de los enlaces atómicos o moleculares varían de una dirección a otra dentro de la molécula. Por ejemplo una molécula típica de **crystal líquido** conocida como **5CB** se caracteriza por tener una forma elipsoidal y ser más fácilmente polarizable en la dirección del eje mayor que en la dirección transversal.

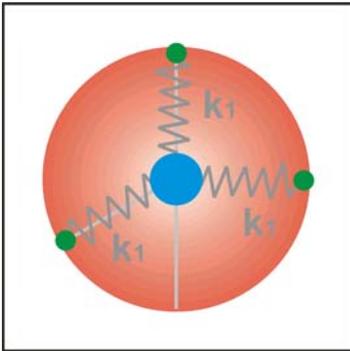


La agregación de estas moléculas también puede dar lugar a diferentes comportamientos:

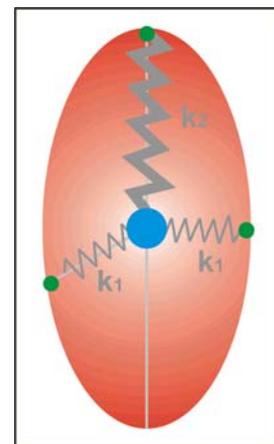
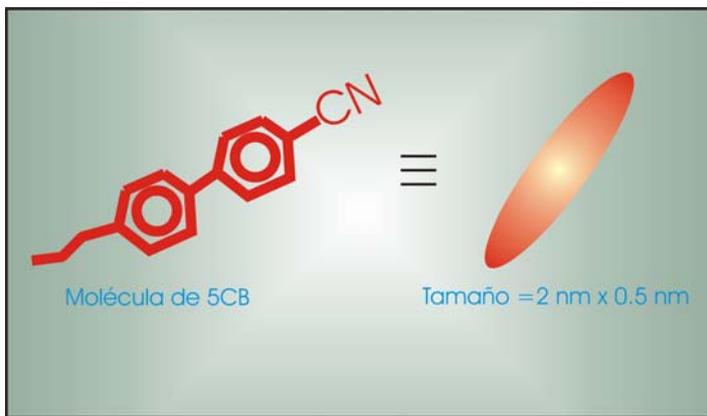


- Si las moléculas anisótropas están orientadas de forma regular como en un cristal, el medio es anisótropo.
- Si las moléculas son anisótropas y no están totalmente al azar, como en los cristales líquidos, el medio se comporta de forma anisótropa.
- Si las moléculas anisótropas están distribuidas al azar, como ocurre en gases, líquidos y sólidos amorfos, éstos se comportan macroscópicamente de forma isotrópica.

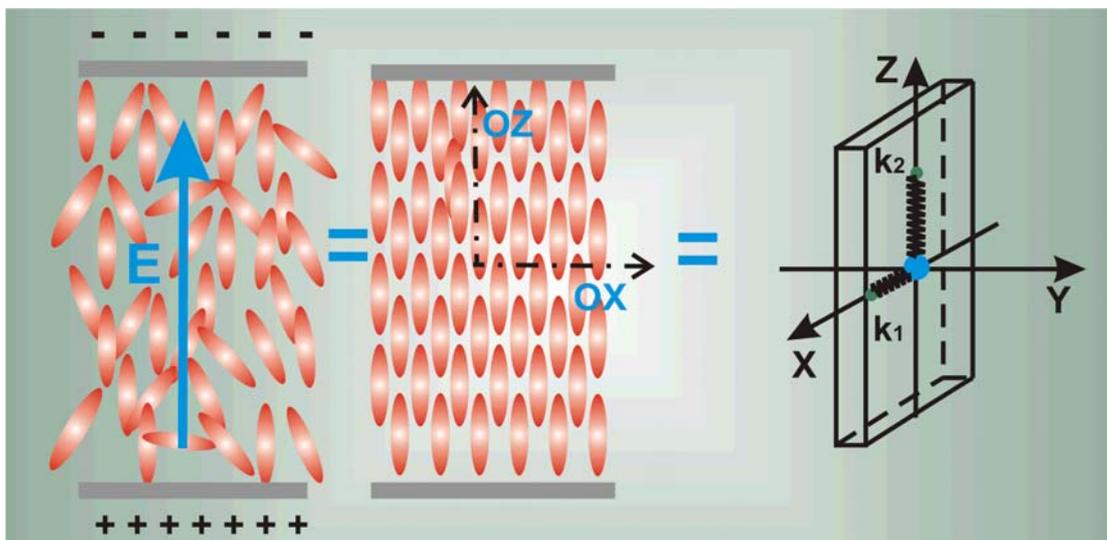
Para caracterizar el comportamiento de estos materiales, podemos adaptar el modelo de Lorentz estudiado para medios isotrópicos a esta nueva situación. En efecto, en los medios dieléctricos homogéneos e isotrópicos, la interacción de un electrón o un ión con el núcleo es isotrópica, lo que quiere decir que si actúa un campo eléctrico sobre este medio, el electrón o ión experimenta idénticas fuerzas recuperadoras en todas las direcciones del espacio, independientemente de la dirección del campo eléctrico.



Sin embargo, la molécula de cristal líquido conocida como 5CB se caracteriza por tener una forma elipsoidal y ser más fácilmente polarizable en la dirección del eje mayor que en la dirección transversal.

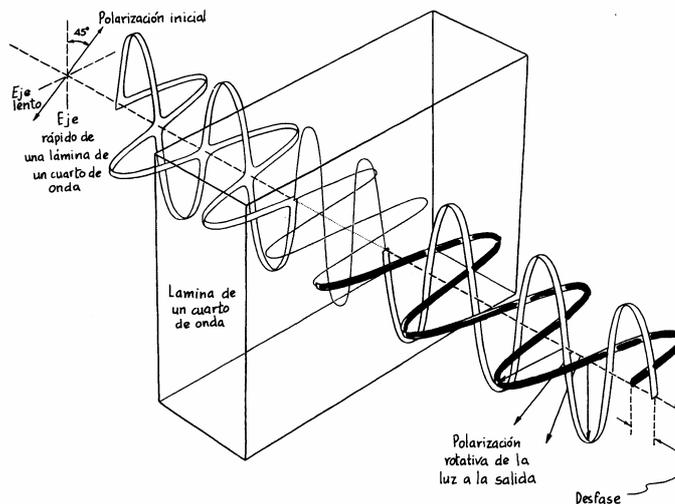


De una manera intuitiva se puede acomodar el **modelo de Lorentz** estudiado anteriormente, para explicar las propiedades ópticas de estos materiales asumiendo que cada electrón o ión está sometido a fuerzas restauradoras con diferente constante recuperadora según las tres direcciones del espacio, dos de ellas iguales. Ello conduciría a la aparición de dos frecuencias naturales  $\omega_{0x}$  y  $\omega_{0z}$  diferentes, es decir, esta molécula absorbería un campo de frecuencia  $\omega_{0x}$  que vibran en la dirección OX, así como campos de frecuencia  $\omega_{0z}$  que vibran a lo largo del eje OZ. Por ejemplo, si se aplica un campo eléctrico constante  $E$ , estas moléculas se pueden alinear con el campo debido a su alta polarizabilidad en la dirección longitudinal tal y como se indica en la figura:



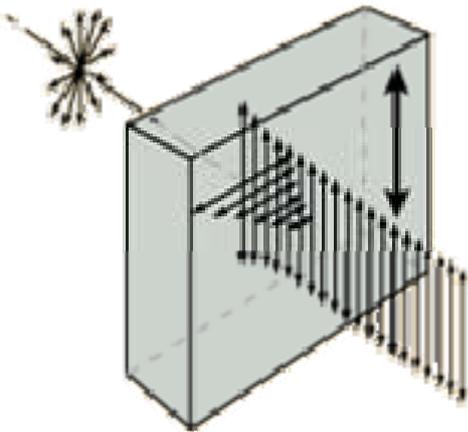
El resultado es que los electrones de cada molécula presentarán una fuerza de interacción que será muy diferente en la dirección OX que en la dirección OZ. Podemos modelar esta interacción asociando al movimiento electrónico en cada dirección sendas constantes recuperadoras diferentes, según los ejes OX y OZ.

De esta manera cabe esperar que el índice de refracción experimentado por un campo que se propague vibrando paralelamente a una de las dos direcciones X o Z será diferente, ya que los desplazamientos de carga inducidos por este campo también lo son. El resultado es que a la salida del material una de las componentes del campo se habrá retrasado respecto de la otra componente, por lo que la lámina habrá alterado el estado de polarización del haz incidente.



Además, este material puede también presentar una absorción selectiva en una u otra de las direcciones OX y OZ. Por lo que sabemos a partir del [modelo de Lorentz](#) para medios isotrópicos, el material presentado más arriba posee dos

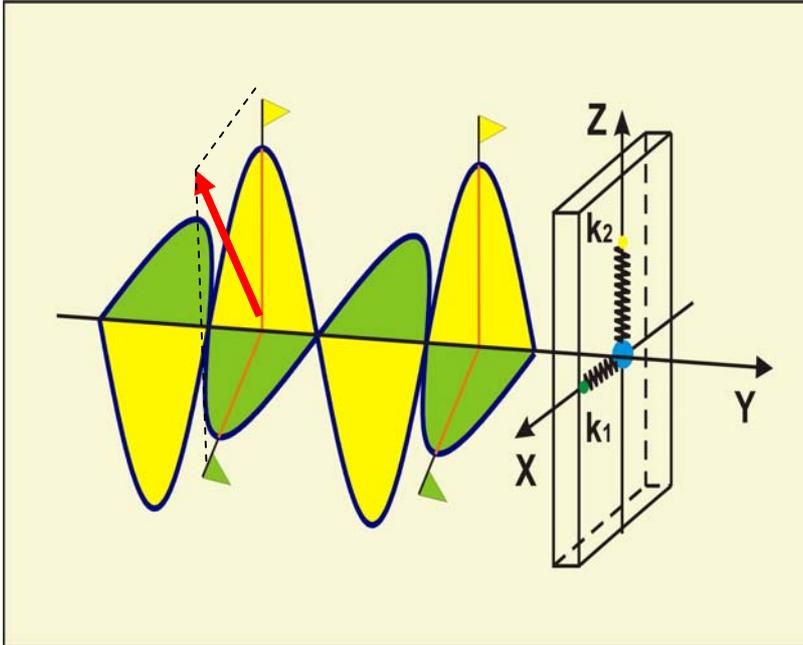
frecuencias de resonancia  $\omega_{0x}$  y  $\omega_{0z}$  que son diferentes. Así, si, por ejemplo, incide una [radiación electromagnética despolarizada](#) de frecuencia  $\omega_{0x}$ , la componente  $E_x$  del campo será fuertemente absorbida por el material, pudiendo llegar a desaparecer. De esta manera, al otro lado del material sólo tendríamos un campo eléctrico vibrando en la dirección vertical, esto es, un campo linealmente polarizado. En este caso el material permitiría polarizar la luz de frecuencia  $\omega_{0x}$  y tendríamos un polarizador. En este caso el eje OZ se denomina [eje de transmisión](#) del polarizador.



Como se puede esperar, si a continuación colocamos otro material idéntico al anterior pero girado  $90^\circ$ , el campo será fuertemente absorbido y habrá extinción.

De una manera general, si el segundo material se gira de tal manera que el eje de transmisión forme un cierto ángulo  $\theta$ , siempre podremos proyectar el campo sobre la dirección de transmisión y en una dirección perpendicular. De esta manera, el campo emergente será  $E_p = E_0 \cos \theta$ . La irradiancia transmitida a través de los dos polarizadores será  $I_p = I_0 \cos^2 \theta$ . Tenemos así una primera aplicación de estos materiales. Podemos [polarizar la luz](#) y [controlar la irradiancia](#) transmitida del haz incidente para la frecuencia  $\omega_{0x}$ .

Vamos a describir con más detalle estos efectos desarrollando un modelo matemático de Lorentz. En efecto, la situación anterior puede modelarse asumiendo que cada electrón o ión está sometido a fuerzas restauradoras con diferente constante según las tres direcciones del espacio, dos de ellas iguales. Ello conduciría a la aparición de dos frecuencias naturales  $\omega_{0x}$  y  $\omega_{0z}$  diferentes.



Supongamos que una onda linealmente polarizada con azimut  $\theta$  con el eje  $OX$ , incide sobre una lámina birrefringente de espesor  $e$ . Podemos descomponer el campo eléctrico en las dos direcciones ortogonales. De esta manera, cada una de las componentes, inducirá un movimiento en los electrones o iones cuya ecuación, en cada dirección, será similar a la ya estudiada en el [modelo de Lorentz](#):

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma_{0x} \frac{dx}{dt} + \omega_{0x}^2 x = \frac{q}{m_e} E_{0x} e^{i\omega t},$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \gamma_{0z} \frac{dz}{dt} + \omega_{0z}^2 z = \frac{q}{m_e} E_{0z} e^{i\omega t}.$$

Esto conduce a que los índices de refracción experimentados por cada componente del campo al atravesar la lámina vendrán dados por

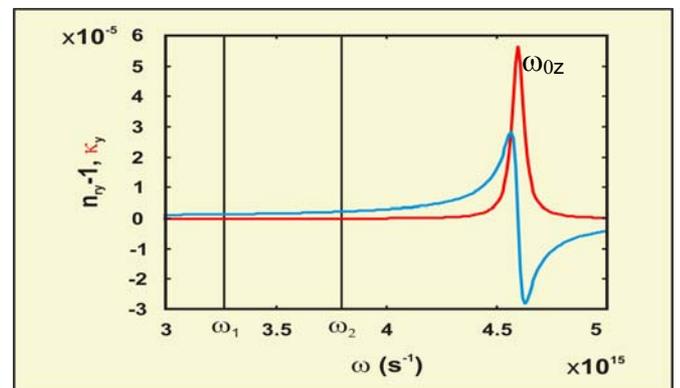
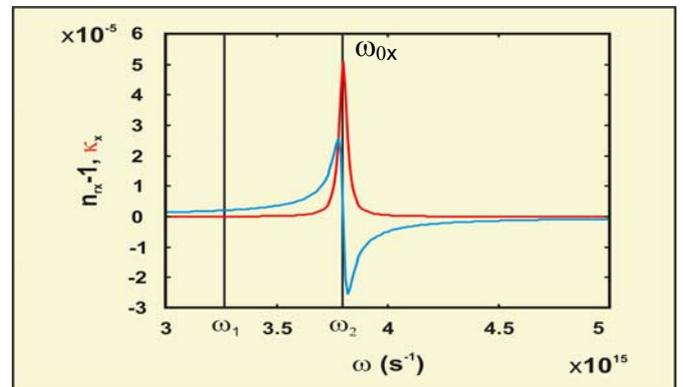
$$n_x = 1 + \frac{Nq^2}{2\epsilon_0 m_e} \frac{1}{\omega_{0x}^2 - \omega^2 + i\gamma_{0x}\omega},$$

$$n_z = 1 + \frac{Nq^2}{2\epsilon_0 m_e} \frac{1}{\omega_{0z}^2 - \omega^2 + i\gamma_{0z}\omega}.$$

La parte real e imaginaria dan cuenta del índice de refracción y de la constante de absorción, respectivamente. En función de la frecuencia  $\omega$  del campo incidente, estas funciones presentan la dependencia que se muestra en la figura:

En la dirección del eje  $OX$ , el material presenta una resonancia en  $\omega_{0x}$ , mientras que en el eje  $OZ$ , la frecuencia de resonancia, y por lo tanto, la absorción ocurre a una frecuencia mayor,  $\omega_{0z}$ .

Así, si incide una onda electromagnética con una frecuencia  $\omega_1$  el material será bastante transparente aunque con dos índices de refracción ligeramente diferentes,  $n_x(\omega_1) \neq n_z(\omega_1)$ .



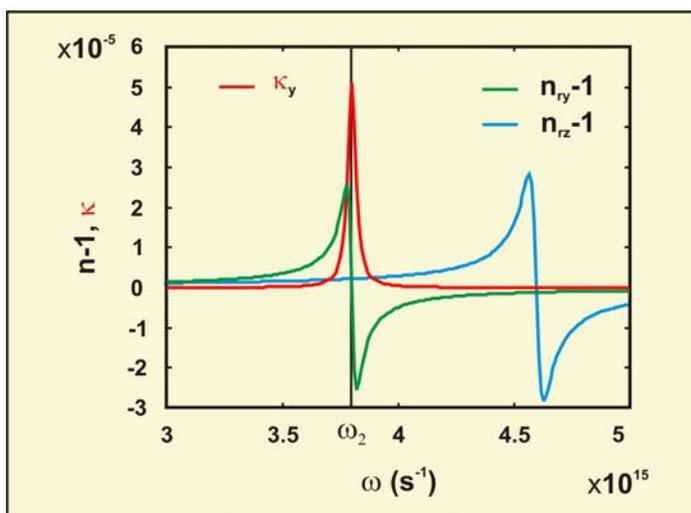
Pero si incide una onda electromagnética con una frecuencia que coincide con una de las frecuencias de resonancia del material en uno u otro de los ejes, la componente del campo eléctrico incidente que vibra paralelamente a dicho eje será fuertemente absorbida, mientras que la otra componente pasará a través de la lámina. En este caso, la lámina elimina una de las componentes incidentes y deja al campo emergente linealmente polarizado. Se dice entonces que la lámina actúa como un polarizador. Analizaremos estos casos con más detalle en el apartado siguiente. Pero vemos que el modelo de Lorentz nos permite sacar consecuencias de interés y reflexionar sobre el origen físico de ciertos fenómenos.

### 3.10 Polarizadores dicroicos. Ley de Malus

Una vez caracterizada la lámina mediante sus índices de refracción, se puede analizar cómo actúa ésta sobre un haz linealmente polarizado. El comportamiento es muy diferente si la frecuencia del campo está próxima a una de las [bandas de absorción](#) del material o por el contrario estamos en una [región de transparencia](#). Vamos a analizar ahora el primer caso.

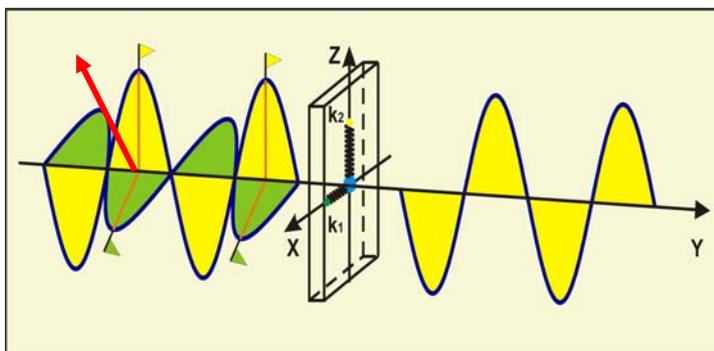
Los polarizadores dicroicos son [materiales birrefringentes](#) que actúan absorbiendo selectivamente una de las componentes del campo incidente sobre ellos, dejando inalterada la componente del campo perpendicular a la anterior. De esta manera, la luz transmitida sólo tiene una componente, por lo que está linealmente polarizada. Esta dirección determina el eje de polarización del polarizador.

El proceso físico se entiende si nos fijamos en las [curvas de dispersión de un material dicroico](#) presentadas más abajo.



Supongamos que sobre este material incide un campo, de frecuencia  $\omega_2$ , linealmente polarizado formando un cierto ángulo  $\theta$  con el eje OZ. Este campo siempre se podremos descomponer en suma de dos vectores paralelos a los ejes de la lámina.

Como puede verse, la frecuencia del campo incidente pertenece a una banda de absorción del material en una de las direcciones (OX), pero está alejada de la banda de absorción en la dirección perpendicular. Por lo tanto, la componente  $E_x$  será absorbida. A la salida sólo quedará la componente  $E_z$  permitiendo así seleccionar el estado de polarización de la radiación emergente de la lámina. En este caso la lámina actúa como un polarizador dicroico lineal con su eje de transmisión en la dirección OZ.



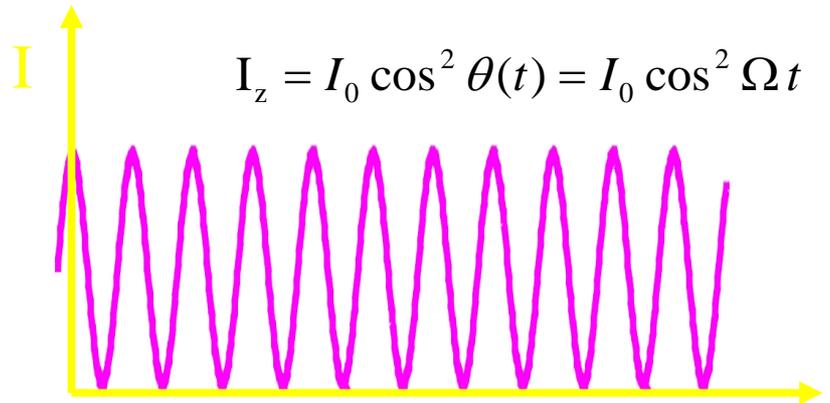
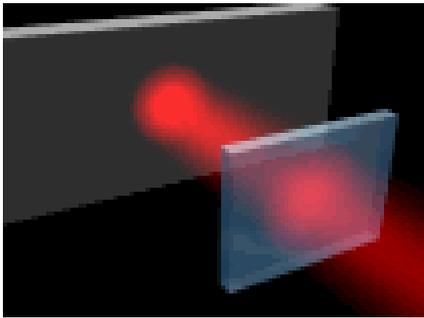
El campo transmitido vendría dado por:

$$E_z = E_0 \cos \theta$$

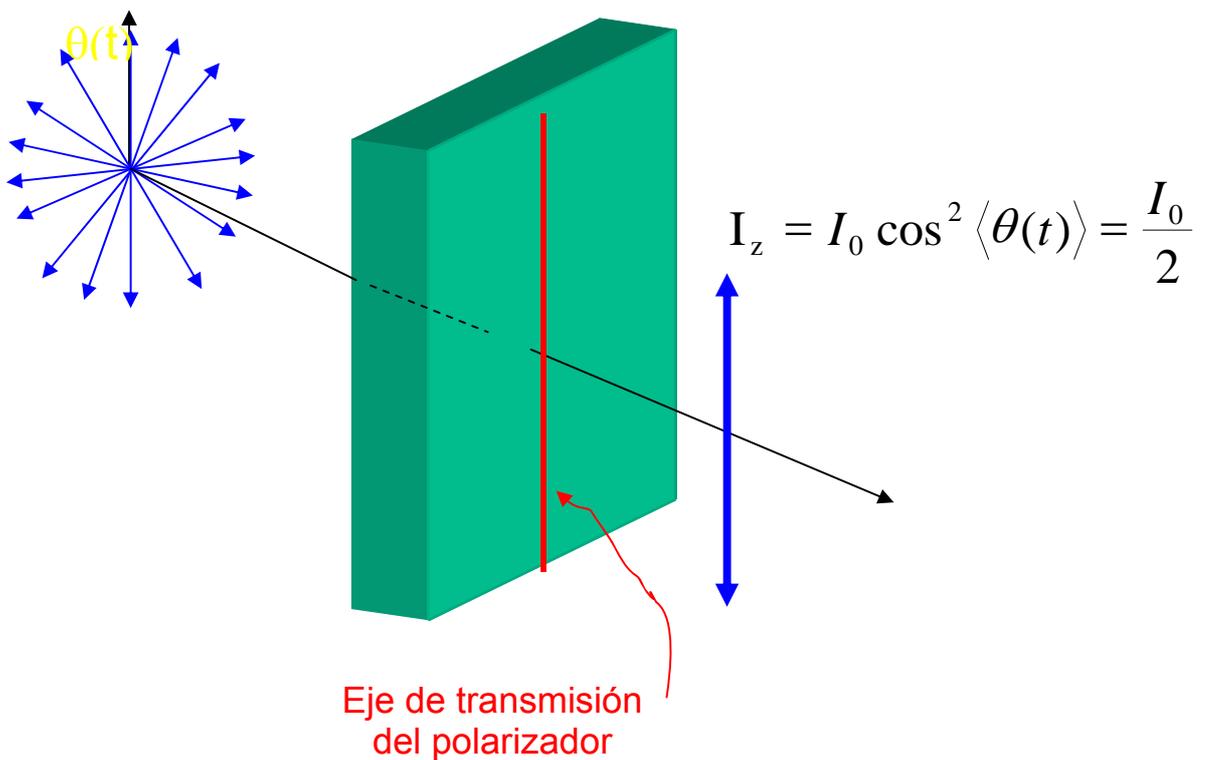
La irradiancia transmitida será:

$$I_z = I_0 \cos^2 \theta$$

Al girar el polarizador irá variando la intensidad.



Si ahora incidiera luz despolarizada, podríamos aplicar todo lo dicho más arriba. Salvo que ahora el ángulo  $\theta(t)$  que forma el campo con el eje OY depende del tiempo de manera aleatoria. De esta manera, sólo las componentes verticales pasan en cada momento. Por ello al otro lado de la lámina solo quedará luz con su campo eléctrico vibrando en la dirección OY, esto es, luz linealmente polarizada en la dirección del eje de transmisión del polarizador. Por otra parte, la irradiancia transmitida se puede obtener aplicando la ley de Malus:



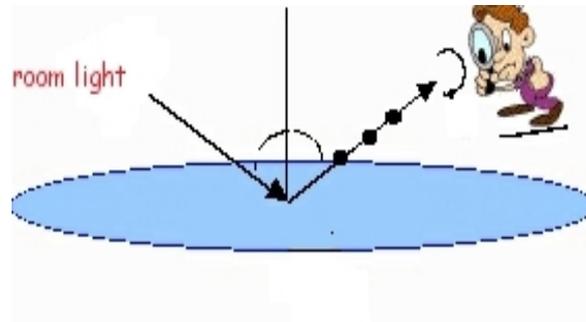
Por todo lo anterior, si disponemos de un material polarizador, podremos saber si un haz de luz está total o parcialmente polarizado. Para ello basta mirar a través de un polarizador e ir girándolo. Si notamos cambio en la irradiancia transmitida es que la luz que incide sobre él estará parcialmente polarizada. Hay muchos ejemplos:

- La luz que procede de las pantallas de cristal líquido de los ordenadores portátiles está polarizada.

- La luz que procede de muchas calculadoras de bolsillo o relojes digitales. Si se coloca un polarizador encima y se va girando, llegará un momento que desaparecerá el fondo claro.



- La luz que procede por reflexión de la superficies pulidas bajo un cierto ángulo

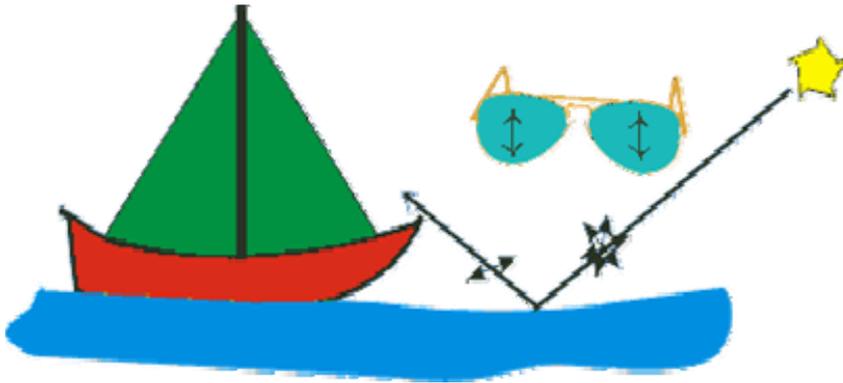


Todos estos hechos nos permiten vislumbrar algunas aplicaciones sencillas:

- Eliminación de los reflejos en las pantallas de monitores de imagen.

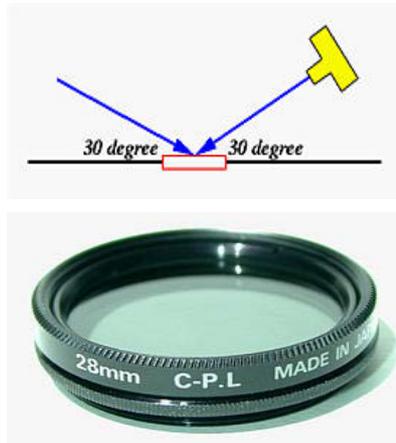


- Eliminación de los reflejos mediante gafas polarizadas.

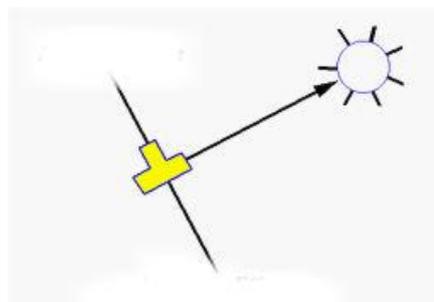


Obsérvese como se ve el fondo mejor al eliminar luz reflejada parcialmente polarizada en ángulo de Brewster, así como la luz directa del cielo, que en dirección transversal al sol también está polarizada.

- Los polarizadores pueden ser muy útiles en fotografía para eliminar la luz polarizada procedente por reflexión de las superficies pulidas. Obsérvese el efecto sobre una foto tomada con y sin polarizador.



- Pueden eliminar parcialmente la luz esparcida por el aire y las hojas de los árboles y mejorar el contraste



## 3.11 Propagación a través de una lámina retardadora.

Vamos ahora a analizar el caso en el que la frecuencia de la onda incidente sobre el material uniaxial tiene una frecuencia muy diferente de las frecuencias de resonancia del material en ambas direcciones. En este caso, la lámina será transparente pero el índice de refracción será diferente para cada componente, por lo que a la salida las componentes se habrán desfasado.

Si suponemos que estamos en una región de transparencia se tendrá:

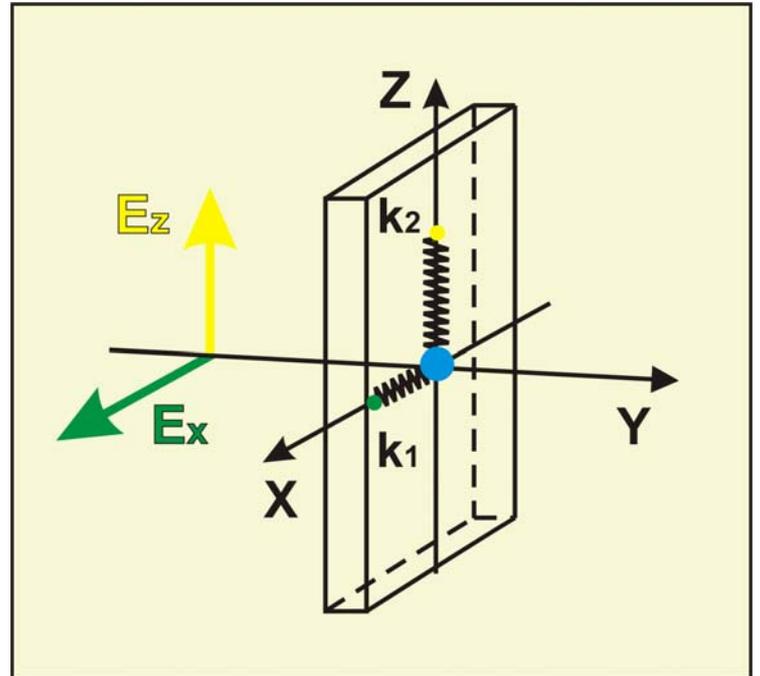
$$\omega \neq \omega_{0x}$$

$$\omega \neq \omega_{0z}$$

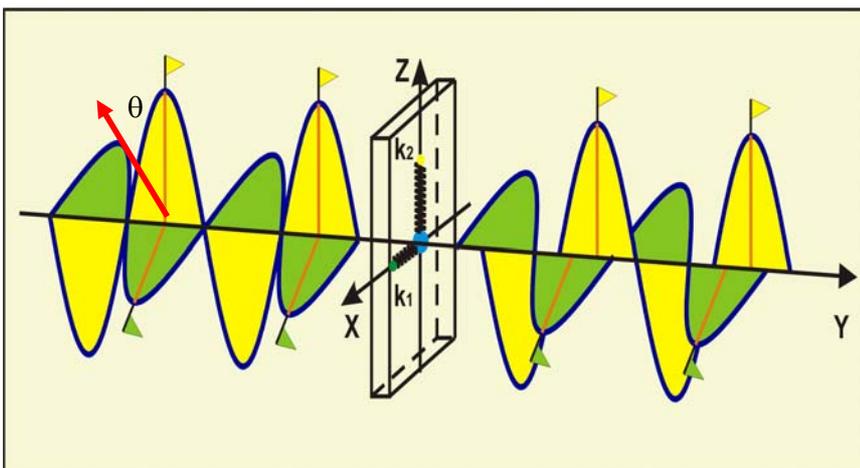
Y si el campo a la entrada vale:

$$E_x = E_{0x} e^{i(\omega t - ky)}$$

$$E_z = E_{0z} e^{i(\omega t - ky)}$$



dentro de la lámina, la onda  $E_x$  viajará a una velocidad dada por  $v_x=c/n_x$ , mientras que la componente  $E_z$  lo hará a  $v_z=c/n_z$ .



Si nos fijamos en un mismo punto  $z$  al otro lado de la lámina, el retraso temporal de una onda respecto de otra será

$$\Delta t = \frac{e}{c} (n_x - n_z)$$

Por ello las ondas están desfasadas una cantidad

$$\delta = \omega \Delta t = \omega \frac{e}{c} (n_x - n_z)$$

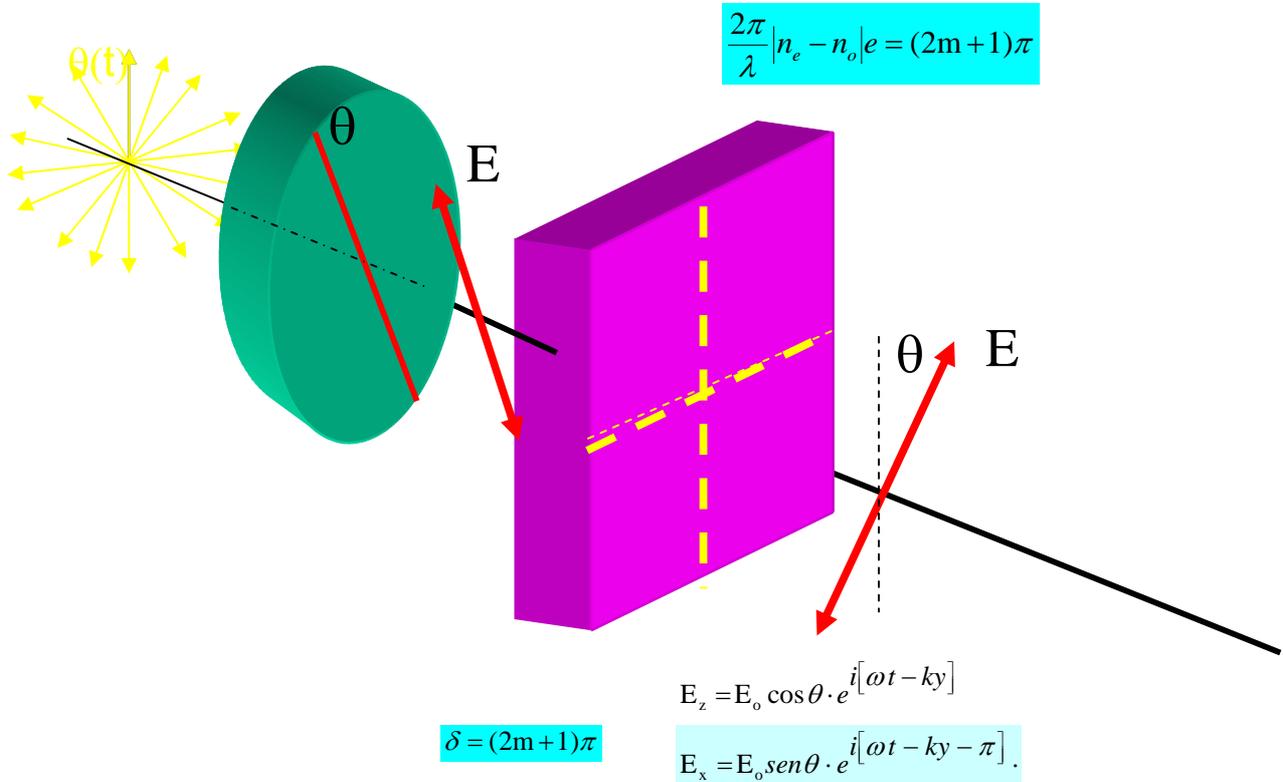
El campo emergente se podrá escribir como

$$E_x = E \sin \theta e^{i(\omega t - ky)}$$

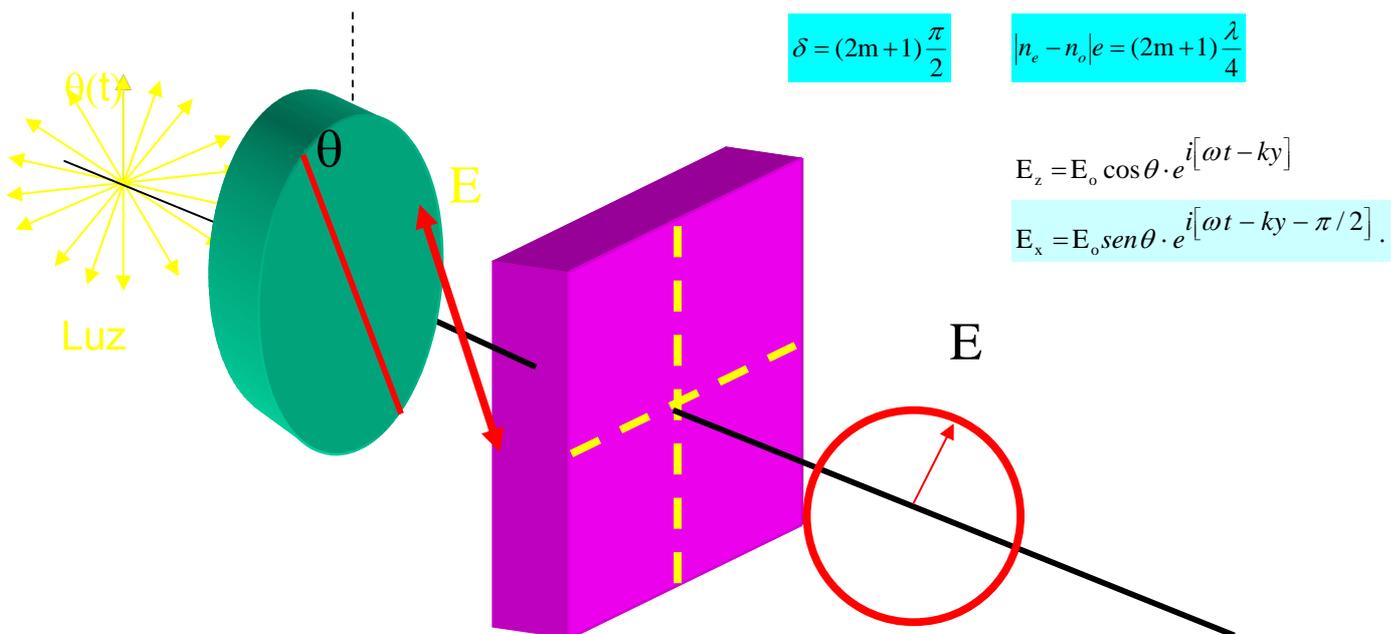
$$E_z = E \cos \theta e^{i(\omega t - ky + \delta)}$$

Las componentes del campo eléctrico ya no están en fase a la salida de la lámina, por lo que el estado de polarización de la onda habrá cambiado. Dependiendo del espesor del medio material, longitud de onda de la radiación y de la birrefringencia, se podrán obtener *diferentes estados de polarización* deseados a la salida de la lámina. Veamos dos ejemplos:

(a) giro del plano de polarización de un haz de luz lineal: Lámina de media onda.



(b) Obtención de luz circularmente polarizada: Lámina de cuarto de onda.



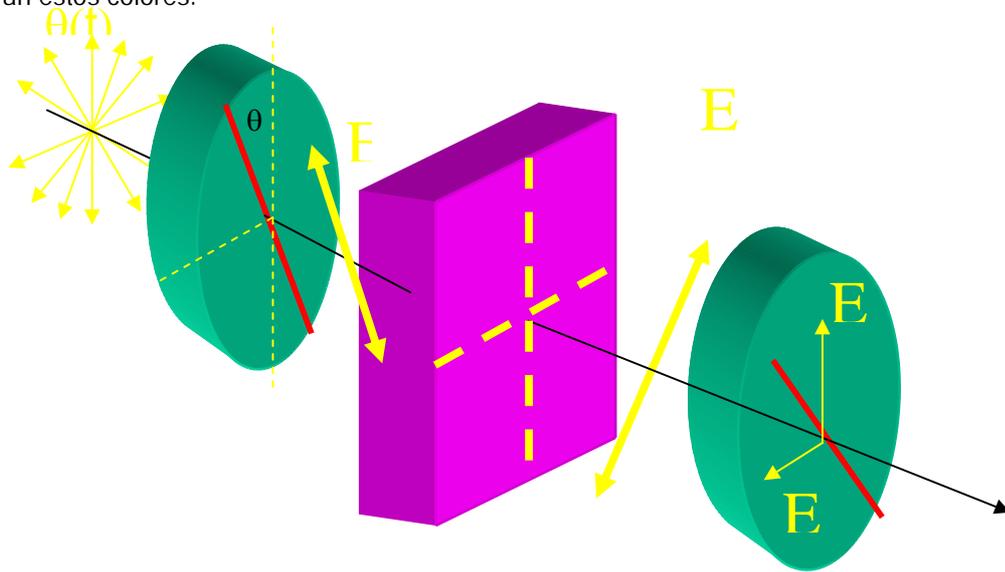
## 3.12. Aplicaciones.

### 3.12.1. Análisis de luz polarizada.

La utilización y análisis de luz polarizada permite muchas aplicaciones para obtener información de estructuras de materiales anisótropos. El elemento más básico para el análisis de luz polarizada lo constituye el **polariscopio**. Consiste de dos polarizadores cuyos ejes de transmisión se colocan paralelos o perpendiculares entre sí. Entre ellos se inserta la muestra de material que se desea analizar. Supongamos que se trata de un material uniaxial con sus ejes lento y rápido orientados como en la figura. Si se ilumina este dispositivo con luz blanca, cada componente monocromática experimentará un desfase diferente dado por:

$$\delta(\lambda) = \frac{2\pi}{\lambda} e(n_x - n_z)$$

Con lo que el estado de polarización de cada componente monocromática a la salida será diferente. Por ejemplo, para fijar ideas, aquellas longitudes de onda para las que la lámina de material introduzca un desfase  $\delta = (2m+1)\pi$ , habrán girado su plano de polarización 90 grados y por lo tanto no pasarán a través del polarizador. Es decir en la luz transmitida faltarán estos colores.



A la salida de la lámina, en general se tendrá un haz elípticamente polarizado dependiendo de  $\delta$

$$\vec{E}_L = \left( \vec{u}_z E_0 \cos \theta + \vec{u}_x E_0 e^{i\delta} \sin \theta \right) e^{i(\omega t - ky)}$$

Este campo incide sobre el polarizador cuyo eje de transmisión está situado en la dirección que forma con el eje OZ un ángulo  $\alpha$ . La amplitud del campo transmitido se obtendrá proyectando el campo emergente de la lámina sobre la dirección del eje de transmisión del polarizador:

$$E_T = E_{0z} \cos \alpha + E_{0x} \sin \alpha = E_0 \cos \theta \cos \alpha + E_0 e^{i\delta} \sin \theta \sin \alpha$$

donde

$$\delta(\lambda) = \frac{2\pi e}{\lambda} (n_e - n_o)$$

Si la radiación incidente es luz blanca la expresión anterior representará el campo de cada componente monocromática. La intensidad transmitida será proporcional al cuadrado del módulo de la amplitud, es decir

$$I_T(\omega) = I_0 \left[ (\cos \alpha \cos \theta + \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} \theta)^2 - 4 \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} \theta \cos \alpha \cos \theta \operatorname{sen} \frac{\delta}{2} \right]$$

De esta expresión se obtienen algunas consecuencias que nos permiten analizar los resultados:

- Si los polarizadores tienen sus ejes paralelos y, pongamos a  $45^\circ$  del eje OZ, entonces  $\theta = \alpha = 45^\circ$ , esto es, el campo incidente sobre la lámina está polarizado a  $45^\circ$  de cada línea neutra de la lámina, y la irradiancia transmitida vale:

$$I_T(\omega) = I_0 \left[ 1 - \operatorname{sen}^2 \frac{\delta}{2} \right]$$

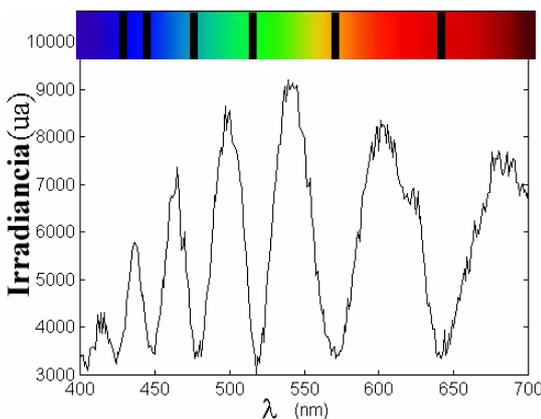
La irradiancia se hace nula si

$$1 - \operatorname{sen}^2 \frac{\delta}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \delta = (2m + 1)\pi$$

es decir

$$\frac{2\pi e}{\lambda} (n_e - n_o) = (2m + 1)\pi$$

Esto explica que la lámina birrefringente se vea coloreada cuando se observa entre los dos polarizadores cruzados, ya que, dependiendo del espesor local y la birrefringencia (la cual, en muchos materiales suele ser proporcional a las tensiones locales del material), ciertas longitudes de onda habrán sido absorbidas por el segundo polarizador y no estarán presentes en el espectro de la luz transmitida. Así por ejemplo, si se analiza el contenido espectral de la luz transmitida en el montaje de más arriba, en el que los polarizadores tienen sus ejes paralelos, y la lámina es un material birrefringente con sus líneas neutras a lo largo de los ejes OX y OZ, se obtendrá un resultado como el que se muestra en la figura. Las líneas oscuras corresponden a las radiaciones absorbidas por el polarizador, y a las que la lámina ha introducido un desfase:



$$\frac{2\pi}{\lambda} |n_e - n_o| e = (2m + 1)\pi$$

De la medida de las longitudes de onda desaparecidas sucesivas se podrá determinar, por ejemplo, el espesor de la muestra:

$$\frac{2\pi}{\lambda_1} |n_e - n_o| e = (2m + 1)\pi$$

$$\frac{2\pi}{\lambda_2} |n_e - n_o| e = (2m + 1)\pi$$

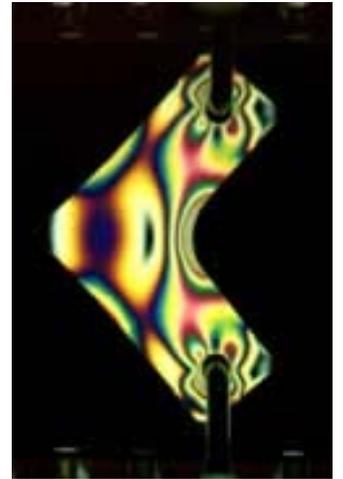
$$|n_e - n_o| e = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

De igual modo se podría haber obtenido la birrefringencia  $(n_e - n_o)$ , si el espesor es conocido.

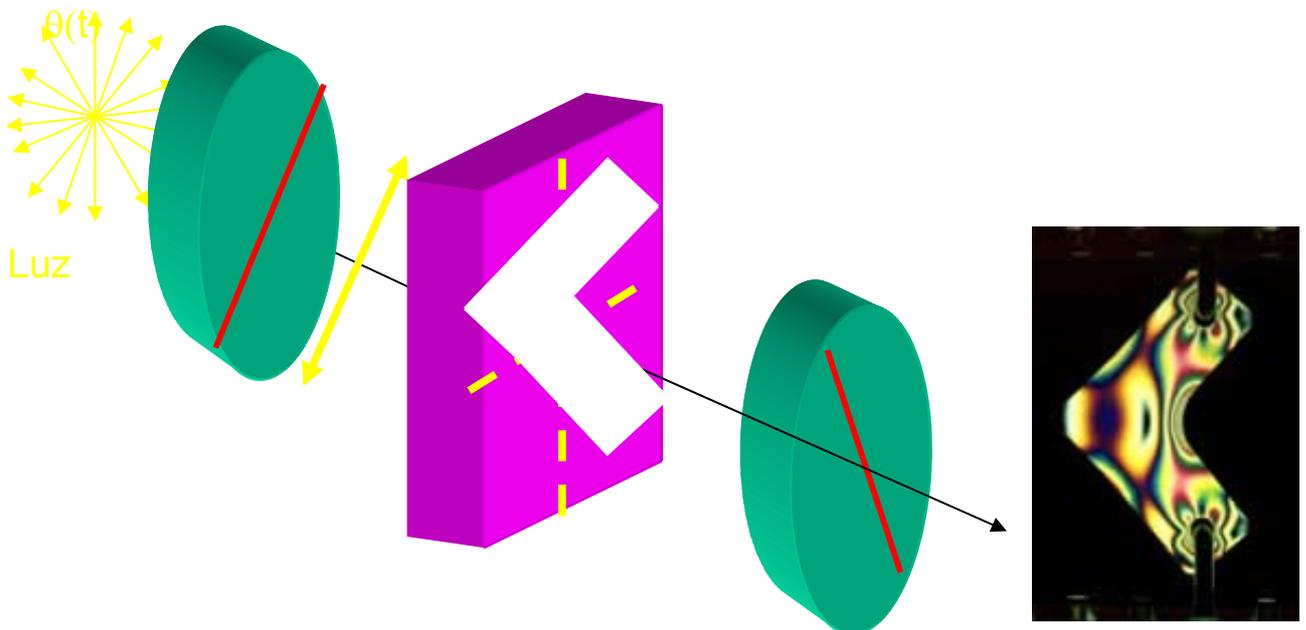
### 3.12.2 Fotoelasticidad.

Si el material birrefringente que se sitúa entre los polarizadores no tiene un espesor uniforme o su birrefringencia, esto es, los índices de refracción cambian localmente de un punto a otro, entonces, el desfase introducido por la lámina dependerá del punto del material ( $\delta = \delta(x, z)$ ), por lo que ciertas longitudes de onda habrán sido absorbidas por el segundo polarizador y no estarán presentes en el espectro de la luz transmitida. La muestra aparecerá coloreada, indicando cada color, el lugar geométrico donde el desfase toma un valor constante.

En la Figura (a) se muestra la luz transmitida por un polariscopio plano en el caso de colocar entre dos polarizadores cruzados una lámina de plástico transparente. La aparición de estas líneas coloreadas es una manifestación de las tensiones inducidas en el proceso de fabricación. El análisis cualitativo y cuantitativo de estos diagramas cromáticos permite obtener información sobre los riesgos de ruptura y la distribución de esfuerzos en el material.



La anisotropía de una sustancia puede ser intrínseca, pero también la aplicación de tensiones sobre las sustancias isotrópicas cabe esperar que produzca un cambio en la disposición espacial de los átomos y moléculas de tal manera que éstas se reorienten en ciertas direcciones que dependen de las tensiones aplicadas. Esta reorientación producirá un efecto apreciable y que se traduce en que el material exhibe comportamiento anisótropo al interactuar con la radiación. En la fotografía se muestra la luz transmitida por diferentes materiales que se encuentran entre dos polarizadores cruzados:



El polarizador dejara pasar aquellas radiaciones que tienen alguna componente paralela a su eje de transmisión. Así por ejemplo, si los polarizadores tienen sus ejes perpendiculares, aquellas longitudes de onda que experimenten un

desfase de  $2m\pi$  tendrán su campo eléctrico vibrando perpendicularmente al eje de transmisión del segundo polarizador y no pasarán. Por lo tanto, no estarán presentes en la luz transmitida. Ello hace que el espectro de la luz transmitida difiera del de la luz de entrada.

En determinados materiales sometidos a tensiones, las variaciones de índice de refracción son proporcionales a dichas tensiones por lo que el polariscopio se puede utilizar para su visualización y medida. En las adjuntas se pueden ver las tensiones inducidas en una gafa antes del montaje y después el montaje. En todos los casos, la lente o la gafa se encuentra situada entre dos polarizadores cruzados.



Sea un material transparente isótropo al que se le aplican tensiones mediante adecuados elementos externos. En la figura adjunta se muestran las tensiones inducidas en una lente oftálmica al ser montada: La lente se encuentra entre dos polarizadores cruzados.

Podemos considerar que el material se comportará como una lámina retardadora cuyo retardo será una función que depende del punto  $\delta(x, z)$ . En ocasiones ocurre que debido a la geometría del material en estudio y a la forma en la que se aplican las tensiones, éstas y las deformaciones que provocan se producen esencialmente en un plano, por ejemplo el X-Z. De esta manera solamente hemos de considerar los índices de refracción principales a lo largo de esos ejes,  $n_x$  y  $n_z$  respectivamente, de tal manera que la diferencia de tensiones en dos secciones principales serán proporcionales a las diferencias de los índices de refracción inducidos. Si consideramos que el espesor de la muestra es constante,  $d$ , entonces el retardo que introduce esta lámina vendrá dado por

$$\delta(x, z) = \frac{2\pi e}{\lambda} [n_e(x, z) - n_o(x, z)]$$

En general el desfase es función de las coordenadas ya que las tensiones no tienen por qué distribuirse de manera homogénea. Como indicamos al principio de esta Sección, una manera de manifestar las tensiones en este tipo de materiales transparentes, consiste en introducir la muestra entre dos polarizadores lineales cuyos ejes de transmisión están cruzados. De manera que al iluminar con un haz de radiación blanca se visualizará un diagrama coloreado que vamos a pasar a analizar. La irradiancia emergente del sistema vendrá dada por la ecuación:

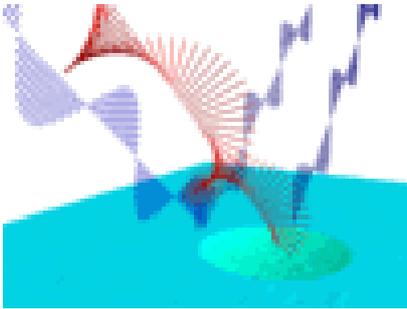
$$I_T(x, z) = \frac{I_0}{2} \sin^2 2\theta(x, z) (1 - \cos \delta(x, z))$$

La única diferencia con el caso sencillo de la página anterior estriba en el hecho de que el desfase es función del punto considerado y en el hecho de que  $\theta(x, z)$  varía con el punto.

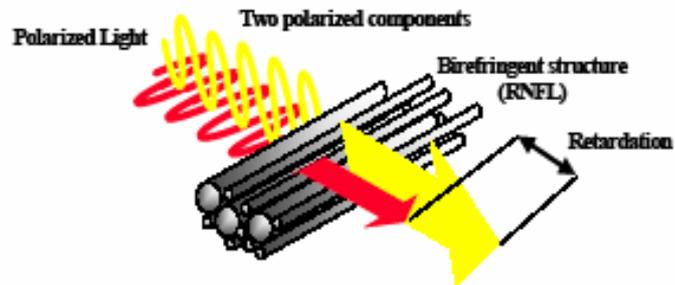
Así, la irradiancia se anula cuando  $2\theta(x, z) = m\pi$ . Al lugar geométrico de los puntos de la muestra que cumple esta condición se le denomina **isocлина**. Las isoclinas determinan los lugares geométricos de la muestra que se comportan localmente como *líneas neutras*. También se obtendrán máximos cuando  $2\delta(x, z) = K\pi$ , siendo K un número entero. Al lugar geométrico de los puntos de la muestra que verifica esta condición se le denomina **isocromas**. Debido a que

$\delta(x,z)$  depende de la longitud de onda, se observarán líneas del mismo color que nos indican dónde las diferencias entre las tensiones aplicadas es constante. El diagrama que se observa es un conjunto de bandas oscuras (isoclinas) y un conjunto de bandas coloreadas (isocromas). En la Figura se muestra el diagrama de isoclinas e isocromas de una lente oftálmica sometida a tensiones. El problema de usar un polariscopio plano como el descrito anteriormente es que aparecen conjuntamente las bandas isoclinas y las isocromas. Se puede emplear un polariscopio que elimine las bandas isoclinas: para ello se emplea un [polariscopio circular](#), como el descrito anteriormente pero que incorpora antes de la muestra y después de la muestra dos láminas retardadoras de cuarto de onda de manera que los ejes rápido y lento de ambas láminas sean perpendiculares entre sí.

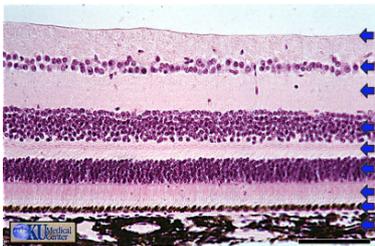
### 3.12.3 Polarimetría láser.



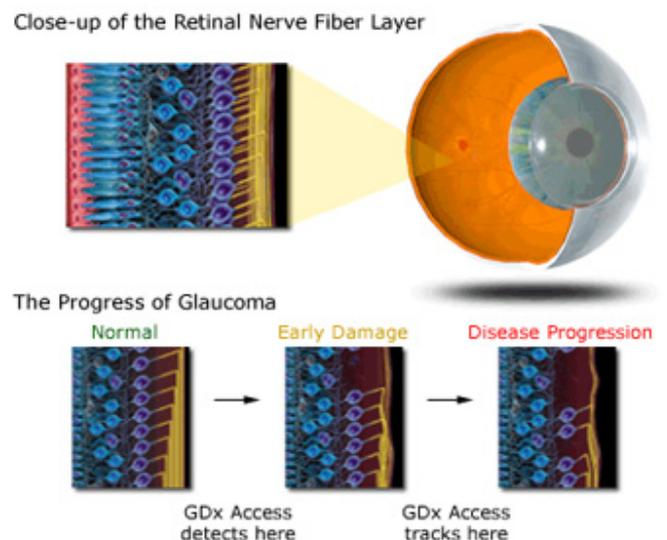
La polarimetría láser es una tecnología que permite estimar el espesor de la capa de fibras del nervio óptico in vivo a partir de una medida del retardo (el producto de la birrefringencia por el espesor) que experimenta un haz láser que barre toda la superficie del nervio óptico que se comporta como un material birrefringente. El haz que incide en el nervio óptico cambia su estado de polarización al ser reflejado, tal como se muestra en la simulación. La capa de fibras del nervio óptico transmite la señal visual generada por los fotorreceptores.



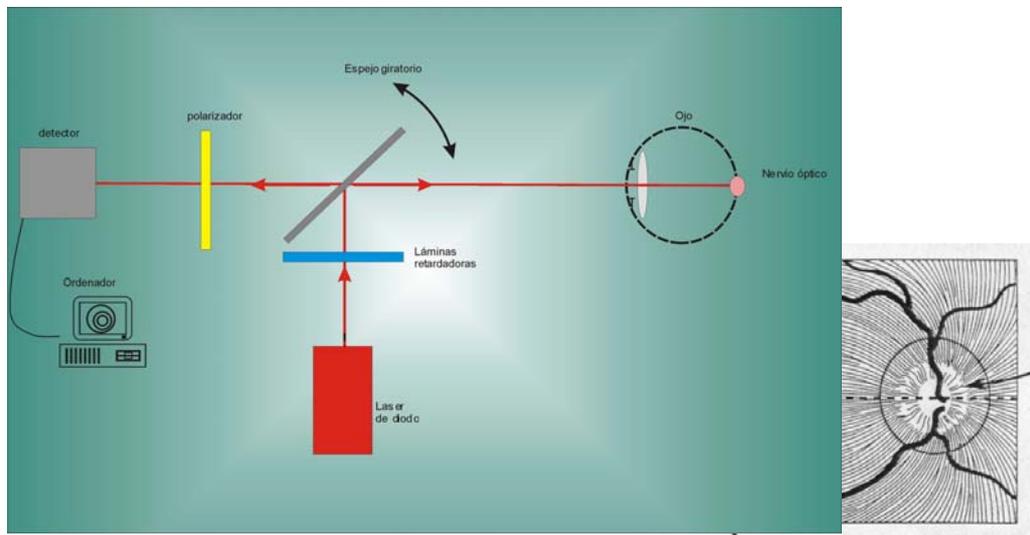
En la figura se muestra un corte transversal de la retina con la capa que constituye el nervio óptico. Cada fibra individual del nervio óptico está formada por una serie de microtúbulos cilíndricos, paralelos entre sí, de unos entre 10 y 25 nm de diámetro. Debido a esta distribución material, tal medio presenta birrefringencia para longitudes de onda mayores que estos tamaños. Cuanto mayor sea el número de microtúbulos presente, mayor será el retardo que experimentará el haz reflejado. Así pues, una medida del retardo en diferentes puntos del nervio óptico nos podría dar información de su distribución.



En patologías tales como el **glaucoma**, la paulatina pérdida de tales microtúbulos resulta en una pérdida de visión y puede degenerar en ceguera total. En la figura adjunta se muestra la capa del nervio óptico de un ojo sano y el progresivo deterioro de la misma en un ojo con glaucoma.



El esquema del polariscopio se muestra en la figura. La radiación de un láser de diodo de 780 nm pasa a través de una unidad de polarización (conjunto de láminas retardadoras) que controlan el estado de polarización del haz incidente. El espejo representa una unidad que permite barrer diferentes puntos del nervio óptico, cambiando el ángulo e incidencia del haz sobre el ojo. La luz reflejada pasa a través de una unidad de polarización que permite determinar su elipse de polarización y de ahí obtener el retardo.



Aquí se muestran medidas experimentales del retardo y del espesor del nervio óptico en función de la posición angular

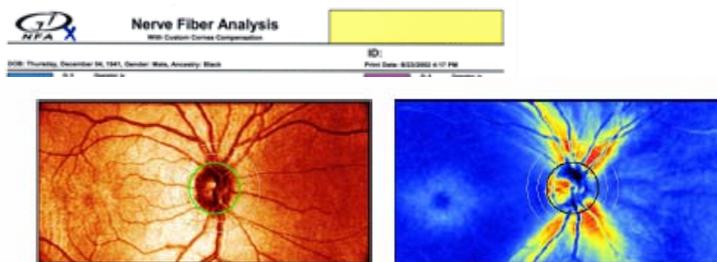
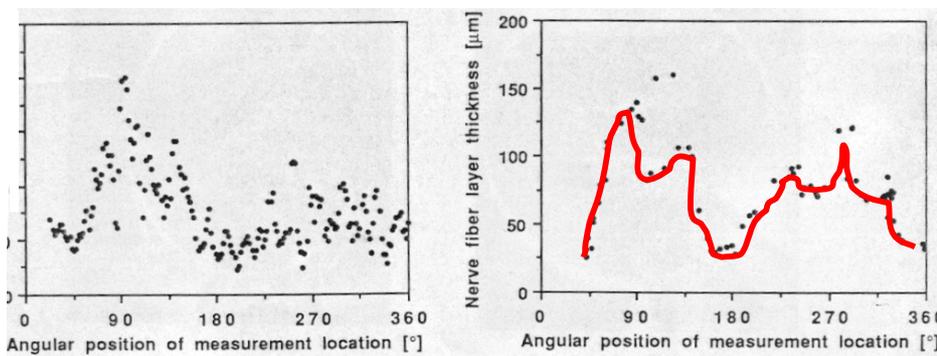
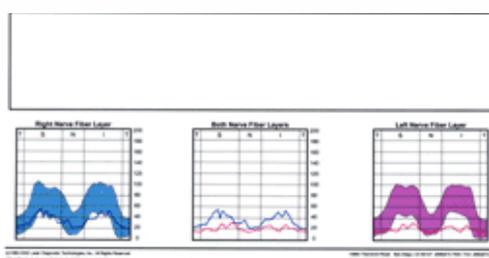


Figure 2.2. The two images generated by the GDx VCC. The left image is the reflectance image, which is displayed as a colored intensity map (greater reflectance corresponds to a lighter color). The right image is the retardation map converted to RNFL thickness. The RNFL thickness is color-coded based on the color spectrum, with thinner regions displayed in blue and green and thicker regions displayed in yellow and red.



En la siguiente página Web se puede encontrar información sobre el dispositivo comercial.

<http://www.laserdiagnostic.com/products/content.asp?workflow=view&id=491>

[http://www.revophth.com/index.asp?page=1\\_356.htm](http://www.revophth.com/index.asp?page=1_356.htm)

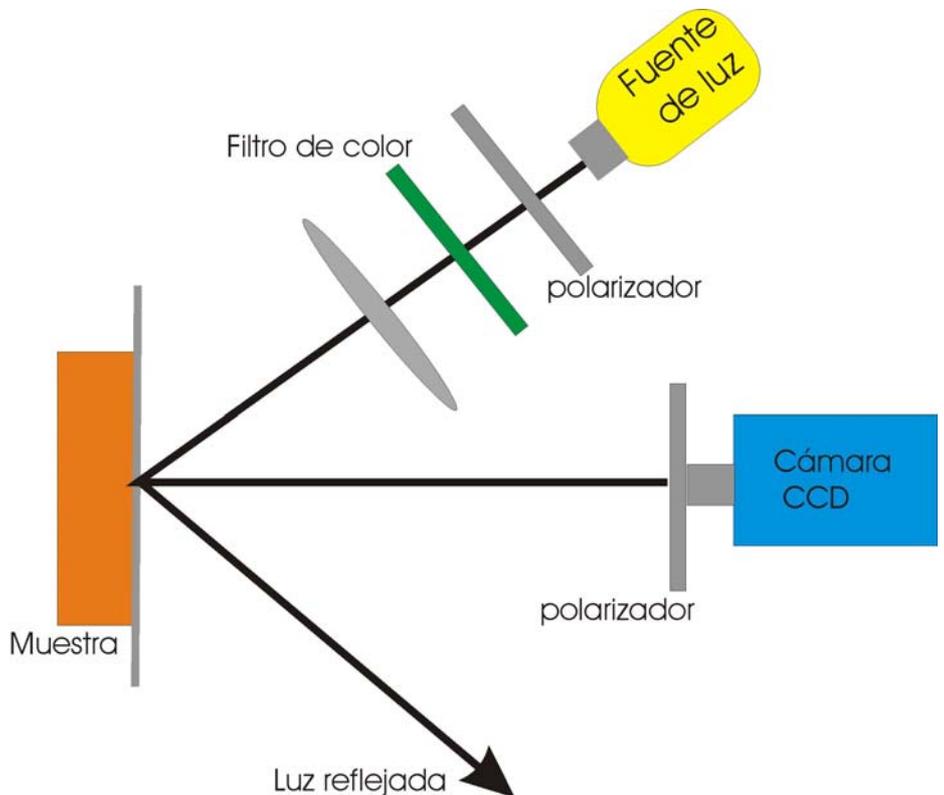
### 3.12.4 Mejora de imágenes.

El control de la luz polarizada puede permitir mejorar el contraste de las diferentes partes de un objeto. La razón de ello está en que cuando se ilumina un objeto con luz polarizada, la luz reflejada por las diferentes partes o texturas del mismo pueden polarizar la luz reflejada de diferente manera o incluso despolarizarla casi por completo, tal como sucede con la luz reflejada por una hoja de papel blanco de cierta rugosidad. Si se recoge la luz reflejada y se analiza con otro polarizador antes de la formación de la imagen, por ejemplo interponiendo un polarizador antes del objetivo de una



partes del objeto que de otra manera no se verían con iluminación convencional. En las fotografías de un tipo de placton marino se puede apreciar lo que decimos: La foto de la derecha se ha tomado con iluminación normal. Se mejora notablemente el contraste entre dos polarizadores cruzados, e incluso se ven estructuras procesando la imagen en un computador mezclando las polarizaciones de la luz reflejada.

Esta idea constituye una técnica habitual para mejorar imágenes. Por ejemplo, para la detección de patologías de la piel se emplea el dispositivo esquematizado en la figura. La luz blanca procedente de la fuente se polariza y se hace pasar por un filtro de color. Este haz se colima con una lente y se hace incidir sobre la muestra de piel. La luz esparcida por las capas superficiales de la piel se despolariza debido a la birrefringencia de las fibras de colágeno. Es posible distinguir esta luz esparcida por estas capas de la de la luz difundida total que proviene de la luz reflejada por capas más profundas de la dermis. El método conlleva la toma de dos imágenes con una CCD que lleva incorporado



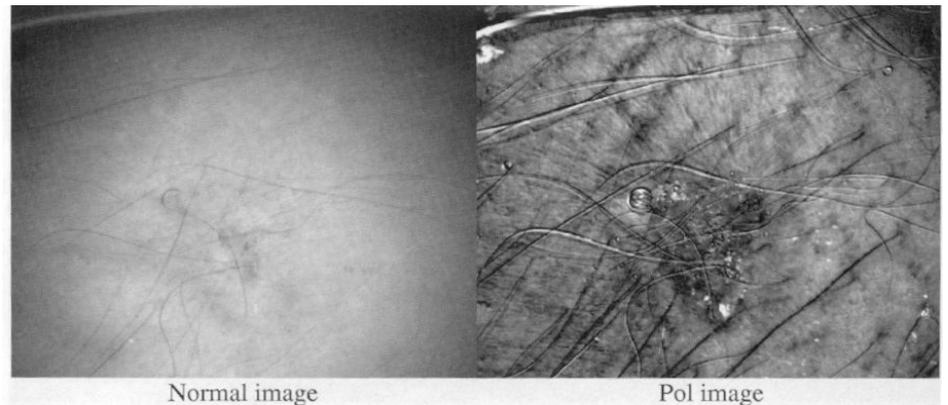
un polarizador analizador: una imagen ( $I_{par}$ ) se adquiere con el polarizador orientado paralelo a la polarización del haz incidente y otra con la polarización perpendicular ( $I_{per}$ ). Estas imágenes se transfieren a un ordenador que construye una imagen final ( $I_{final}$ ) basada en la siguiente operación

$$I_{Final} = \frac{I_{par} - I_{per}}{I_{par} + I_{per}}$$

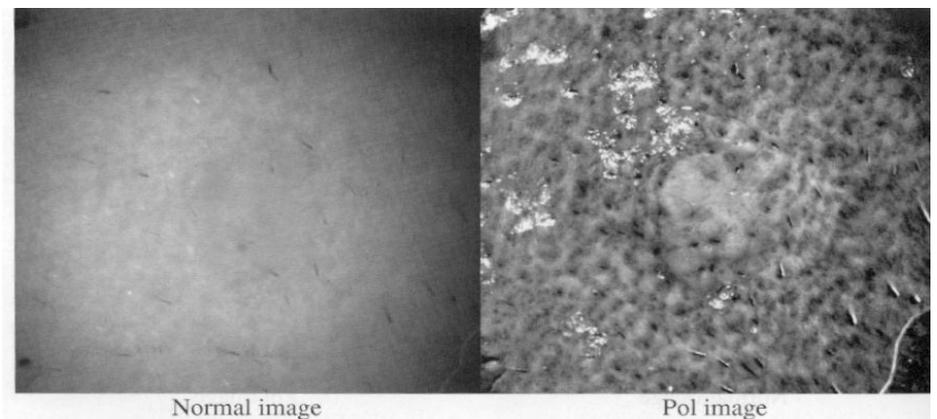
Detalles del tratamiento de la imagen pueden verse en Journal of biomedical Optics, 7(3),329-340 (July 2002).

En las fotografías se comparan las imágenes normales con las obtenidas mediante el uso de luz polarizada aplicando el método descrito:

(a) Imagen de una queratosis.

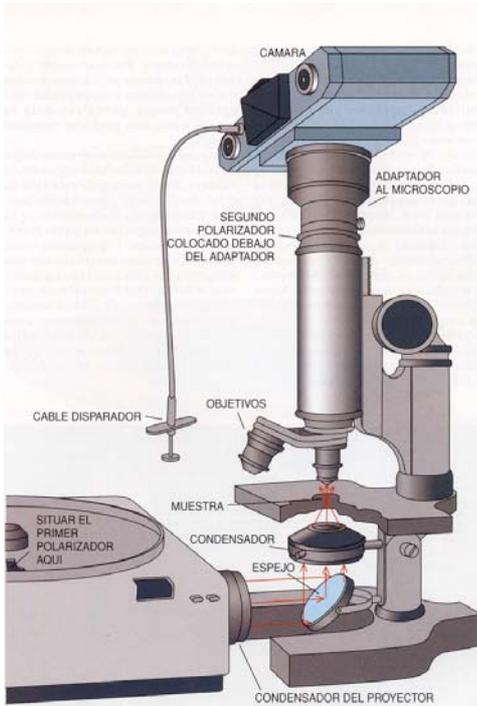


(b) Imagen de un carcinoma basal.

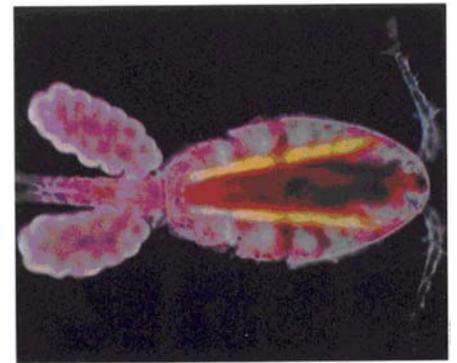


En ambos casos se puede observar la mejora de la imagen generada.

Estas técnicas se emplean también en microfotografía para obtener diferenciación de diferentes partes de organismos o microcristales transparentes. En la figura se muestra el montaje de una cámara a un microscopio. En el sistema de iluminación se ha situado un polarizador. El segundo polarizador está situado delante del objetivo. La muestra, en este caso la pulga, hace de lámina retardadora.



La pulga de agua *Simocephalus*.



El copépodo *Cyclops*.

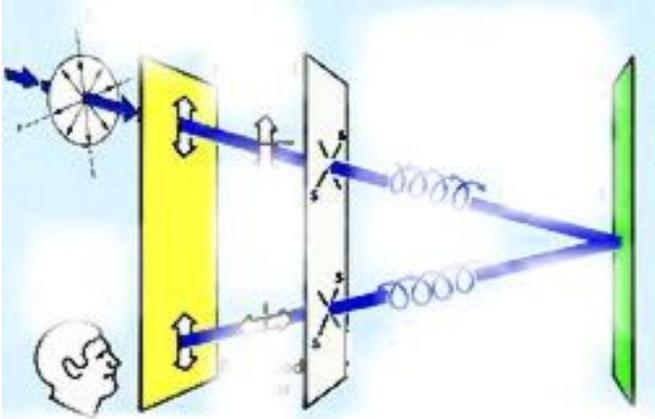
### 3.12.5 Pantallas de cristales líquidos.

Hemos visto que las moléculas de cristal líquido son intrínsecamente anisótropas aunque el desorden en equilibrio térmico da lugar a que un panel lleno de tales moléculas produzca un comportamiento isotrópico. Si se aplica un campo eléctrico o, dependiendo del tipo de cristal líquido, si se aumenta la temperatura, las moléculas de cristal líquido se pueden orientar y dar lugar a un comportamiento birrefringente. Una de las aplicaciones de este comportamiento aparece en la formación de imágenes en pantallas de ordenadores, de las calculadoras o en relojes digitales. El principio de funcionamiento es sencillo, y se muestra en la figura. Las celdillas que forman los números están llenas de moléculas de cristal líquido y conectada a electrodos que permiten activar el campo en unas y no en otras. Las celdas activadas son las que se ven oscuras. De las figuras, se puede inducir que el resto de la radiación que no pasa por las celdas, está linealmente polarizada, dado que con un polarizador podemos llegar a extinguirla.

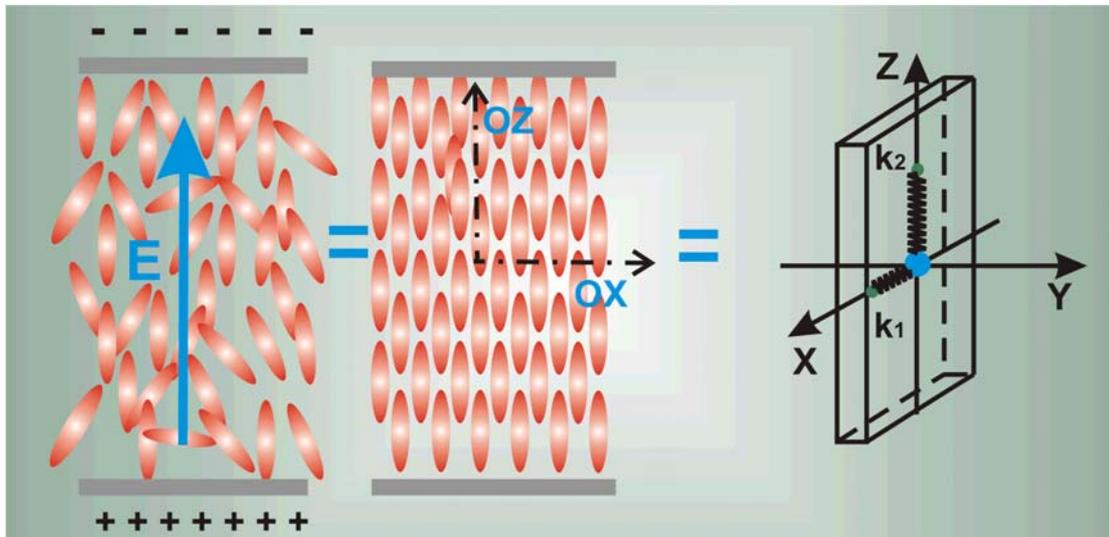


El principio de funcionamiento de estos "displays" se muestra en la figura.

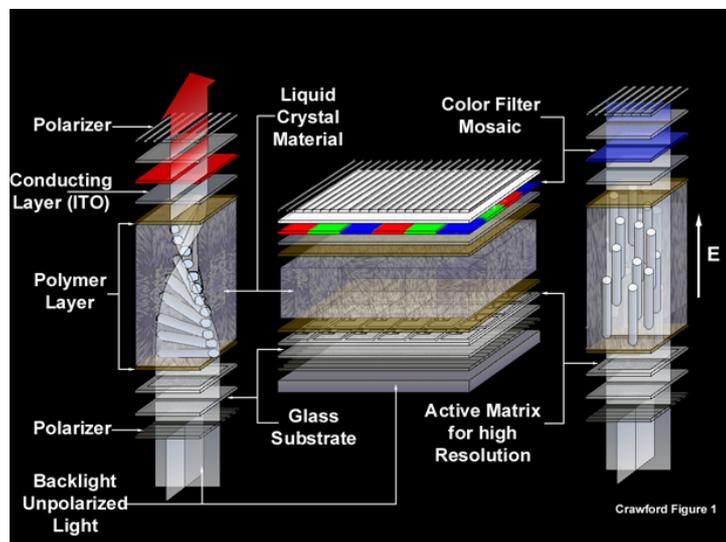
La luz despolariada pasa a través del primer polarizador y queda polarizada verticalmente. Las celdas de cristal líquido actúan como láminas retardadoras con sus ejes a  $45^\circ$  y se calculan para que produzcan un desfase de  $\pi/2$ . Con ello la luz pasa a ser circularmente polarizada dextrógira. Esta luz se refleja en un espejo por lo que cambia a circular levógira. Pasa de nuevo por la lámina y se produce un nuevo retraso de  $\pi/2$ . En total experimenta un desfase de  $\pi$ . Por lo tanto el campo a girado  $90^\circ$  por lo que no pasa a través del polarizador y no habrá luz a la salida. Las celdas no activadas son isotrópicas por lo que la luz que pasa por ellas sigue siendo lineal, se refleja manteniéndose lineal y emerge a través del polarizador.



En la figura se muestra en efecto del campo sobre un panel de moléculas de cristal líquido.

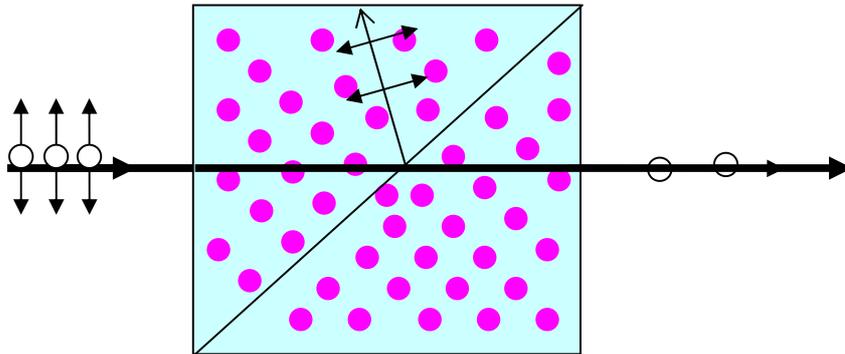


En la figura se muestra un panel con los diferentes componentes: polarizadores, cristal líquido y filtro de color para producir imágenes de color. Está sacado de una interesante página sobre cristales líquidos: <http://plc.cwru.edu/tutorial/enhanced/files/index.html>



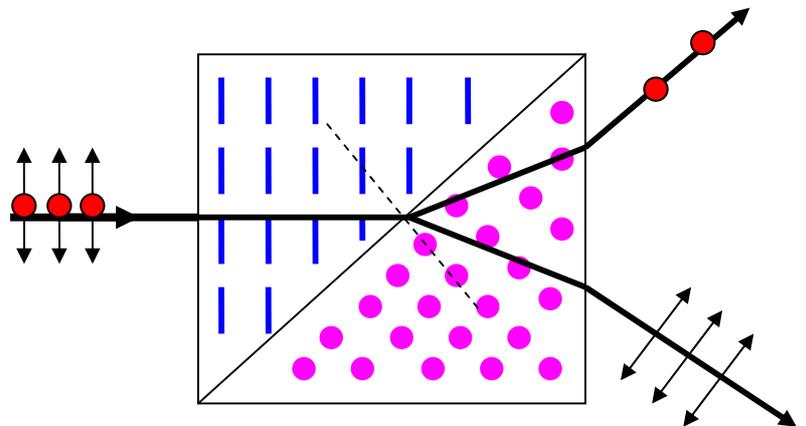
### 3.12.6 Diseño de prismas polarizadores

Para concluir, debemos notar que la doble refracción se puede utilizar para obtener dispositivos polarizadores que seleccionan una de las componentes del haz incidente. Un ejemplo es el prisma de Glan-Foucault mostrado en la figura. Se compone de dos prismas de calcita muy juntos, con su eje óptico perpendicular al plano del papel. La componente paralela experimenta un índice  $n_o = 1.65$ , mientras que la componente perpendicular experimenta un índice  $n_o = 1.48$ . En la interfase calcita-aire, la componente paralela sufre reflexión total. Por lo que al otro lado tendremos luz polarizada perpendicularmente al plano del papel.



Otro prisma de polarización es el prisma de Wollaston. Esta es constituido por dos prismas de calcita tallados de tal manera que el primero tiene su eje en el plano del papel, mientras que el segundo ha sido tallado con su eje óptico perpendicular al plano del papel. De esta manera, cuando incide una onda despolariada, la componente paralela, durante el trayecto en el primer prisma experimenta un índice de refracción extraordinario  $n_o = 1.48$ , pero al cambiar al segundo prisma, esta componente vibra perpendicularmente al eje óptico del cristal, por lo que el índice que experimenta  $n_o = 1.64$ . La ley de Snell para esta componente es

$$n_e \text{ sen } \theta_{ip} = n_o \text{ sen } \theta_{tp}$$



A la componente perpendicular le ocurre lo contrario.

$$n_o \text{ sen } \theta_{is} = n_e \text{ sen } \theta_{ts}$$

Por lo tanto, los rayos se separan, permitiendo obtener luz polarizada a partir de luz natural.